



統計的グリーン関数法を用いた広帯域強震動計算における 中間周波数帯の振幅の落ち込みの原因と改善法

久田 嘉章¹⁾

1) 正会員 工学院大学 建築学部 まちづくり学科, 教授 工博

E-mail: hisada@cc.kogakuin.ac.jp

要 約

小地震から大地震の波形合成を行う経験的・統計的グリーン関数法を用いて広帯域強震動計算を行う際、目標とする理論的な ω^{-2} モデルと比較すると、一般に大地震の震源スペクトルの振幅は中間周波数帯で大きな落ち込みが生じる場合がある。本論文は小地震として理論的な ω^{-2} モデルを用いる統計的グリーン関数法を用いて、振幅スペクトルの落ち込みを4つの要因に分類し、その原因と改善法を理論的に考察した。4つの要因は、(a) F 関数（小地震から大地震の要素地震の **moment rate** 関数への変換関数）による中間周波数帯での振幅の落ち込み、(b) 低周波数と高周波数で異なる位相スペクトルを用いた波形を重ねることによる接続周波数帯での振幅の落ち込み、(c) 大地震の断層分割数（相似比 N の2乗個）の増大により ω^{-2} モデルから ω^{-3} モデルに漸近することによる中間周波数帯での振幅の落ち込み、および、(d) 大地震の断層面上の要素地震を重ね合わせる際、低周波数での N の2乗倍から、高周波数での N 倍の振幅に移行する遷移周波数帯での落ち込み、である。(a)と(c)は従来から知られている「中間周波数帯」での振幅の落ち込みであるのに対し、(b)と(c)は異なる視点から振幅の落ち込みを考察しており、本論文ではそれぞれ「接続周波数帯」と「遷移周波数帯」と呼ぶ。各要因の振幅落ち込みの原因と改善法に関して、まず(a)に関しては指数関数型の F 関数を用いること、次に(b)に関しては振幅スペクトルの補正を行うこと、がそれぞれ有効であることを確認した。一方、(c)に関しては、既存の研究から相似比 N の増大により破壊伝播が滑らかになることで振幅が低減することが知られているが、振幅の落ち込みは N が小さくても発生し、それが要素地震の破壊開始時間間隔に相当する卓越周波数よりも低周波数で必ず落ち込みが生じることを示した。最後に、その原因として(d)では、低周波数での要素地震のコヒーレントな重ね合わせから、高周波数でのランダムな重ね合わせに至る遷移周波数帯で振幅が N の2乗倍から N 倍に落ち込むことを理論的に明らかにし、振幅の落ち込みは要素地震の破壊開始時間の関数項に起因することを示した。最後に、振幅落ち込みの実用的な改善法として、理論的な ω^{-2} モデルによる振幅補正を行う手法を提案し、統計的グリーン関数法による強震動計算から、補正を行わない場合は中間周波数帯の振幅を著しく過小評価することを明らかにした。

キーワード： 強震動計算手法, 統計的グリーン関数法, 中間周波数帯域, 接続周波数帯
遷移周波数帯, 震源スペクトルにおける振幅の落ち込み

1. はじめに

小地震から大地震の波形合成を行う経験的・統計的グリーン関数法（例えば文献1)-12)）を用いて広帯域強震動計算を行った場合、目標とする理論的な ω^{-2} モデルと比較すると、大地震の震源スペクトルや計算した強震動の振幅スペクトルの中間周波数帯は一般に振幅の落ち込みが生じる（例えば文献7), 8), 13)-

15))．本論文では振幅スペクトルの様々な落ち込みの原因を整理し、その改善法を検討する．具体的には、まず小地震から大地震の震源スペクトルと強震動を合成する手法を概説し、中間周波数帯での振幅の落ち込みに関する様々な要因と改善法を整理する．次に、小地震と大地震の相似比 N を用いた振幅のスペクトル比に着目し、振幅の落ち込みは低周波数の N^3 倍から高周波数での N 倍に移行する周波数帯で生じること、特に大地震の断層面を分割した要素地震を重ねる際に、中間周波数帯で非常に大きな落ち込みが生じること、を確認する．さらに、本論文はランダム波の重ね合わせの理論的な観点よりその発生原因を明らかにし、最後に ω^{-2} モデルに基づく振幅補正による振幅落ち込みの改善法を提案する．なお、本論文は周波数領域における定式を原則とし、その際のフーリエ変換・逆変換は、地震学分野で使われている次式を用いる．

$$\text{フーリエ変換： } F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{+i\omega t} dt$$

$$\text{フーリエ逆変換： } f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)e^{-i\omega t} d\omega$$

指数関数の引数の符号が工学分野で使われる一般的な定義と逆であることに注意されたい．

2. 小地震から大地震の震源スペクトルと強震動を合成する手法

2章では、本論文で用いる震源スペクトルに関する ω^{-2} モデル、小地震と大地震との相似則、および、経験的・統計的グリーン関数法による強震動計算の基礎となる理論を確認する．

2.1 小地震と大地震の震源スペクトルと相似則

はじめに、小地震と大地震の震源スペクトルの絶対値は、経験的・統計的グリーン関数法において目標とする理論的な震源スペクトルである次式の Brune の ω^{-2} モデル¹⁶⁾を用いる．

$$\text{小地震： } |\dot{M}_0^S(\omega)| = M_0^S / \{1 + (f/f_c^S)^2\} \quad (1)$$

$$\text{大地震： } |\dot{M}_0^L(\omega)| = M_0^L / \{1 + (f/f_c^L)^2\} \quad (2)$$

ここで、震源スペクトルとは **moment rate** 関数（地震モーメントの時間変化である **moment** 関数の時間微分）のフーリエ振幅スペクトルである．また上式で ω は円振動数、 f は周波数 ($f = \omega/2\pi$)、 M_0 は地震モーメント、 f_c はコーナー周波数であり、上付きの L と S はそれぞれ大地震と小地震を意味する．ここでは議論を簡単にするため f_{max} （高周波数帯で振幅が急減する際のコーナー周波数）は無視する．

大地震に対する小地震の相似比（Scaling factor）を N 、応力降下量比を C とすると、小地震と大地震の M_0 と f_c には $M_0^L/M_0^S = CN^3$ 、 $f_c^S = Nf_c^L$ の相似則が成り立ち、小地震に対する大地震の震源スペクトル比には、次の相似則が成立する．

$$\frac{|\dot{M}_0^L(\omega)|}{|\dot{M}_0^S(\omega)|} = \frac{M_0^L}{M_0^S} \frac{1 + (f/f_c^S)^2}{1 + (f/f_c^L)^2} = \frac{M_0^L}{M_0^S} \frac{1 + (f/Nf_c^L)^2}{1 + (f/f_c^L)^2} \rightarrow \begin{cases} \frac{M_0^L}{M_0^S} = CN^3, & (f \rightarrow 0) \\ \frac{M_0^L}{N^2 M_0^S} = CN, & (f \rightarrow \infty) \end{cases} \quad (3)$$

2.2 小地震から大地震の震源スペクトルの合成法

小地震の震源スペクトルから大地震の震源スペクトルは次式で合成される^{1),2)}。その際、要素地震（大地震の断層面を分割した各要素の地震）の震源スペクトルは、ここでは全て共通とする。

$$\text{大地震の震源スペクトル：} \dot{M}_0^L(\omega) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \dot{M}_{0ij}^E(\omega) e^{i\omega\{\xi_{ij}/V_r + \varepsilon_{ij}\}} = \dot{M}_0^E(\omega) \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e^{i\omega\{\xi_{ij}/V_r + \varepsilon_{ij}\}} \quad (4)$$

$$\text{要素地震の震源スペクトル：} \dot{M}_0^E(\omega) = F(\omega) \cdot C \dot{M}_0^S(\omega) \quad (5)$$

$$\text{小地震から要素地震の震源スペクトルへの変換関数：} F(\omega) = \begin{cases} N, (f \rightarrow 0) \\ 1, (f \rightarrow \infty) \end{cases} \quad (6)$$

ここで、 i と j は大地震の断層面を長さ L 、幅 W 方向に分割した際の要素番号、上付きの E は要素地震を意味する。また V_r は破壊伝播速度、 ξ_{ij} は震源から ij 要素地震までの距離、 ε_{ij} は小断層間隔と破壊伝播速度で生じる周期性を防ぐためのランダムな破壊開始時間であり、 $-pw/V_r < \varepsilon_{ij} < +pw/V_r$ 、かつ、 $0 < p < 0.5$ を満たすように選ぶ（ w は要素断層の幅、 p はランダム数である⁷⁾）。本論文の計算では要素地震の破壊開始時間の周期性をできるだけ排除するため、 ε_{ij} は全ての要素地震で異なる乱数 p を発生させている。また関数 F は小地震の moment rate 関数（断層が小さく断層内の破壊伝播効果が無視できる場合はすべり関数に相当）を大地震の moment rate 関数に変換するフィルター関数であり、相似則を満足させるために低周波数は N 、高周波数で 1 の値を持つことが条件になる。

式(4)を用いると、小地震に対する大地震の震源スペクトル比には、式(3)の相似則が成り立つ。すなわち、低周波数では、まず要素地震の振幅は F 関数と応力降下量比 C により小地震の CN 倍であり、それを式(4)により N^2 個をコヒーレントに重ね合わせることになるため、大地震は小地震の CN^3 倍の振幅となる。一方、高周波数では、まず要素地震は F 関数が 1 になるため、要素地震は小地震との応力降下量比 C 倍になり、それを式(4)により N^2 のランダムな重ね合わせにより N 倍となり（4章で詳述）、その結果、大地震は小地震の CN 倍の振幅となる。

2.3 統計的グリーン関数法による小地震から大地震の地震動の合成法

地盤を全無限一様弾性体として直達 S 波を用いると、小地震（式(5)より要素地震に変換）から大地震の地震動は次式で合成される（例えば文献 3), 6), 17)）。

$$U^L(\omega) = \frac{F_s R_k}{4\pi\rho V_s^3} \dot{M}_0^E(\omega) \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{r_{ij}} e^{i\omega\{\xi_{ij}/V_r + \varepsilon_{ij} + r_{ij}/V_s\}} e^{-\omega r_{ij}/2Q_s V_s} \quad (7)$$

ここで、 r_{ij} は ij 要素地震の断層の中心から観測点までの距離、 F_s は自由表面係数で 2 を用いる。 R_k は S 波の放射係数で、ここでは単純に高周波数で用いる S 波の等方係数である 0.63 を使用し、さらに水平 2 成分に分割するために $\sqrt{2}$ で除した値とする。 Q_s は S 波減衰の Q 値であるが、以下の計算では無限大として地盤減衰は考慮しない。

3. 小地震から合成した大地震の震源スペクトルの落ち込みの原因と改善法

式(4)で合成する震源スペクトルは、目標とする式(2)の ω^{-2} モデルによる理論スペクトルと比べると以下の様々な理由により低周波数と高周波数の間で振幅の落ち込みが生じる。本論文では次の 4 つの要因に分類して、落ち込みの原因と改善法を考察する。

- (a) F 関数による中間周波数帯での振幅の落ち込み
- (b) 低周波数と高周波数で異なる位相スペクトルを用いた波形を重ね合わせるにより生じる接続周波数帯での振幅の落ち込み
- (c) 大地震の断層分割数の増大により ω^{-2} モデルから ω^{-3} モデルに漸近することによる中間周波数帯での振幅の落ち込み
- (d) 要素地震から大地震を合成する際、低周波数のコヒーレントな重ね合わせから、高周波数のランダムな重ね合わせに移行する遷移周波数帯での振幅の落ち込み

本論文では振幅の落ち込みを生じる周波数帯の呼称に関して、従来から知られている(a)と(c)は「中間周波数帯」、異なる手法による波形の重ね合わせによる(b)は「接続周波数帯」、コヒーレント位相からランダム位相に遷移する(c)は「遷移周波数帯」とする。既往の研究がある(a)～(c)の原因と改善法は3章で整理し、(d)に関しては4章で振幅落ち込みの原因を理論的に考察し、改善法を提案する。なお、以下の計算例では問題を単純化するため、小地震と大地震の応力降下量比 C の値は全て1とする。

3.1 F 関数における中間周波数帯での振幅スペクトルの落ち込みと改善法

これまで様々な F 関数 (Filtering Function) が提案されているが^{1), 4), 9), 18)-20)}、ここでは代表的な3つの関数を紹介し、中間周波数帯での落ち込みの原因と改善策を確認する。

① Irikura (1986) による F 関数

Irikura(1986)¹⁾による F 関数は次式で定義される。

$$\text{時間領域: } F(t) = \delta(t) + \frac{1}{n'} \sum_{k=1}^{(N-1)n'} \delta\left\{t - \frac{(k-1)}{(N-1)n'} T\right\} = \delta(t) + (N-1) \frac{B_T(t)}{T} \quad (n' \rightarrow \infty) \quad (8)$$

$$\text{周波数領域: } F(\omega) = 1 + (N-1) \frac{\sin(\omega T / 2)}{\omega T / 2} \exp\left(\frac{i\omega T}{2}\right) \quad (9)$$

ここで、 δ は Dirac のデルタ関数、 T は大地震のすべり関数のライズタイム、 n' は小地震の重ね合わせの際の周期性による誤差を避けるための分割数であり、 n' は $2T \cdot f_{\max} / N < n'$ を満足するように選ばれる。 n' を無限大にすると式(8)の最右辺の式となる (B_T は振幅1、継続時間 T の矩形 (Box Car) 関数)。周波数領域の F 関数には矩形関数に起因する $\sin$ 関数があり、振幅に明瞭な凹凸が現れる。

② 入倉ほか (1997) による F 関数

入倉ほか(1997)⁴⁾は F 関数①の振幅の凹凸を低減するため、次式の F 関数を提案した。

$$\begin{aligned} \text{時間領域: } F(t) &= \delta(t) + \frac{1}{n'(1-1/e)} \sum_{k=1}^{(N-1)n'} \left[\exp\left\{\frac{-(k-1)}{(N-1)n'}\right\} \delta\left\{t - \frac{(k-1)}{(N-1)n'} T\right\} \right] \\ &= \delta(t) + \frac{(N-1)}{T} \frac{e^{-t/T}}{(1-1/e)} B_T(t) \quad (n' \rightarrow \infty) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{周波数領域: } F(\omega) = 1 + \frac{(N-1)}{(1-i\omega T)} \frac{(e - e^{i\omega T})}{(e-1)} \quad (11)$$

上式では矩形関数の振幅を指数関数により徐々に低減させているが、Box Car 関数を残しているため、

やはり振幅に凹凸が現れる。

③ Dan et al. (1989)による F 関数

Dan et al. (1989)¹⁸⁾，野津(2004)¹⁹⁾，大西・堀家(2004)²⁰⁾は，大地震と小地震のすべり関数を指数関数と仮定し，周波数領域における両者の比より F 関数を定義した．文献²⁰⁾による表記による F 関数は，

$$\text{周波数領域： } F(\omega) = N \frac{1 - i\omega T / \alpha N}{1 - i\omega T / \alpha} = 1 + (N-1) \frac{1}{1 - i\omega T / \alpha} \quad (12)$$

となる．ここで，小地震のすべり関数のライズタイムは T/N であり， α は指数関数により長くなる継続時間を，ライズタイム T と整合させるための係数である．上式を時間領域で表現すると次式を得る¹⁹⁾．

$$\begin{aligned} \text{時間領域： } F(t) &= \delta(t) + \frac{\alpha}{n'} \sum_{k=1}^{\beta(N-1)n'} \left[\exp \left\{ \frac{-\alpha(k-1)}{(N-1)n'} \right\} \delta \left\{ t - \frac{(k-1)}{(N-1)n'} T \right\} \right] \\ &= \delta(t) + (N-1) \frac{\alpha}{T} e^{-t\alpha/T} \quad (n' \rightarrow \infty) \end{aligned} \quad (13)$$

ここで， β は継続時間 T を超える指数関数の尾部を計算するための係数であり，本論文では以下に示すように $\alpha = \beta (=3)$ を用いる．

図1に， $N=25$ ， $T=33.3$ s とした場合の3種の F 関数の比較を示す．左上は F 関数，右上は F 関数の時間積分，左下は F 関数のフーリエ振幅スペクトル，右下は F 関数③に対する F 関数①②の振幅比である．いずれの F 関数もその時間積分は値1で始まり，相似比 N の値に収束する．また全ての F 関数の振幅スペクトルは低周波数で N ，高周波数1の条件を満たしている．

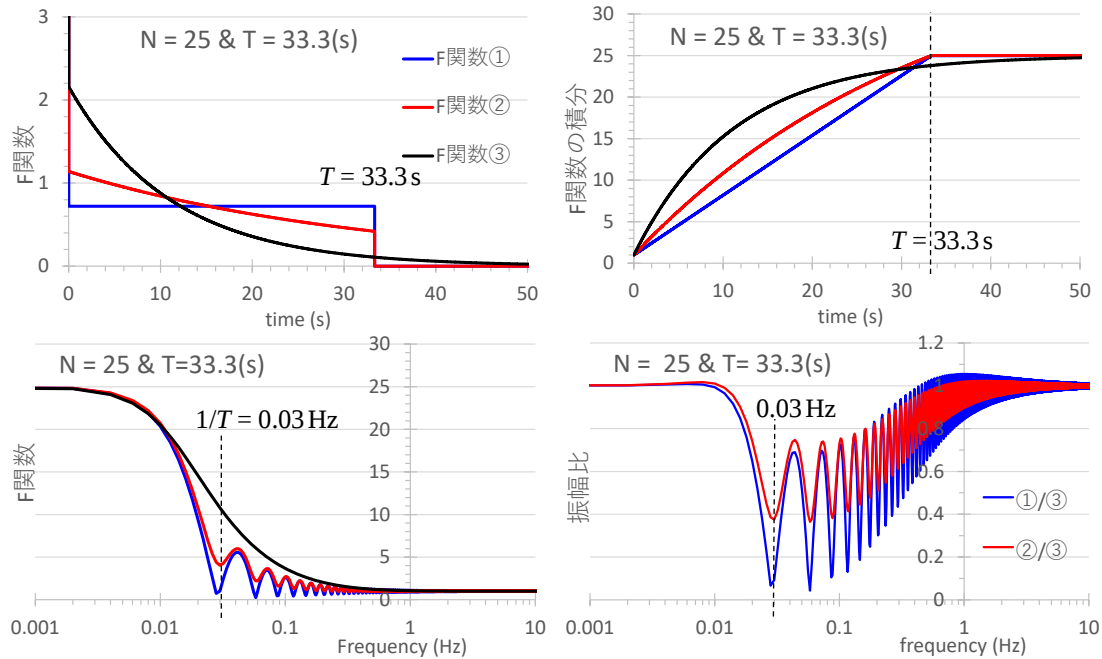


図1 3種の F 関数の比較 (左上： F 関数，右上： F 関数の時間積分，左下：フーリエ振幅スペクトル，右下： F 関数③に対する F 関数①②の振幅比． F 関数③では $\alpha = 3$ を使用)

F 関数①と②は継続時間 T で打ち切られるため、図 1 左下に見られるように $1/T$ Hz に相当する周波数帯域で振幅に凹凸が現れている。一方、 F 関数③は継続時間 T 以降も振幅が滑らかに継続しているため、振幅スペクトルでの凹凸が完全に除去されている。様々なケースで継続時間や振幅スペクトル形状を確認した結果、式(12)で $\alpha = 3$ を用いると、 F 関数の積分値の振幅は時刻 $t = T$ で収束値 N の 95%以上の振幅を満足し、かつ式(13)の振幅スペクトルは F 関数①②を滑らかに包絡する形状となる。従って、以下の計算では全て F 関数③による $\alpha = 3$ を用いて計算を行う。 F 関数③に対する F 関数①と②の振幅比は、図 1 の右下図より中間周波数帯で F 関数①では振幅の比で約 0.1~0.7 の範囲（平均で 0.4 程度）で落ち込みが生じるが、 F 関数②では約 0.4~0.8 の範囲（平均で 0.6 程度）と落ち込みの程度は減少している。

3.2 低・高周波数で異なる位相を持つフーリエ振幅の和に起因する接続周波数帯における振幅の落ち込みと改善法

現在、広周波数帯域の強震動計算では、理論・数値解析手法と統計的・経験的グリーン関数法との結果を組み合わせたハイブリッド手法が一般に使用されている（例えば文献 5), 12)). その場合、低周波数でコヒーレント位相、高周波数でランダム位相を用いることになるが、両者を合成する際、同じ ω^{-2} モデルによる振幅スペクトルを用いても、その接続周波数帯の振幅が落ち込む（例えば文献 14)). 本論文では異なる手法による波形を接続する際の周波数帯を「接続周波数帯」と呼ぶ。

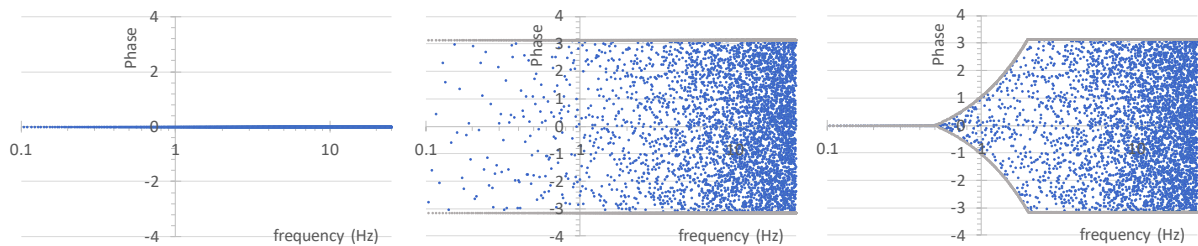
事例として、震源スペクトルに ω^{-2} モデル（地震モーメントを 1 で基準化、 $f_c = 0.75$ Hz）を用い、位相スペクトルには図 2(a)左図の 0 位相と、図 2(a)中図のランダム位相 ($-\pi \sim +\pi$) とを用いて震源時間関数を計算し、両者を重ね合わせて広帯域の関数を合成する。図 2(b)は 0 位相を、図 2(c)は Boore 型の加速度波形の包絡関数に適合するランダム位相を、それぞれ使用した震源時間関数を示し、さらに図 3(a), (b)に対応する震源スペクトルを示す。0 位相での計算はそのまま行われるが、ランダム位相では、理論スペクトルの振幅と Boore 型加速度包絡関数を同時に満足させる目的から、以下の収束計算を行った。

1. 位相スペクトルを初期値で固定し、理論振幅スペクトルを満たす加速度波形を求める
2. 加速度波形に包絡関数を乗じる
3. 2.の加速度波形より振幅スペクトルを求め、理論振幅スペクトルで補正する
4. 1~3.を指定された回数繰り返す

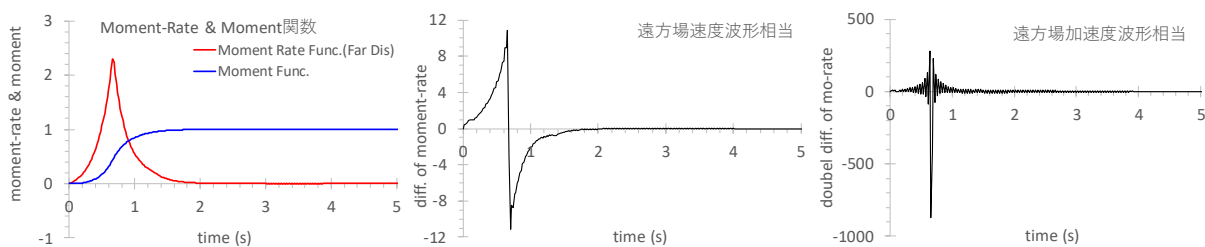
ここで、2 で用いる包絡関数は、指定回数時 (N 回) に Boore 型加速度包絡関数となるように、各回の包絡関数の振幅は Boore 型包絡関数を $1/N$ 乗した振幅関数を用いている。

図 2(b), (c)の左から Moment Rate 関数（赤線）と Moment 関数（青線）、中図は Moment Rate 関数の 1 回微分、右図は同 2 回微分である。図 2(b)に示すように、 ω^{-2} モデルに 0 位相を用い、時間を $1/(2f_c)$ 秒遅らせると、Moment Rate 関数は時刻 0 から開始し、ライズタイムが約 $1/f_c$ 秒（ ≈ 1.33 秒）で終了する単峰形の関数となり、その積分である Moment 関数はほぼライズタイムで地震モーメントの値（この場合は 1）に収束するコヒーレント性を満足する関数となる¹²⁾。ところが、遠方場での速度・加速度波形に相当する Moment Rate 関数の 1 回・2 回微分の波形は、不連続性や極端に大きな振幅を示す非現実的な波形の性状を示す。一方、図 2(c)はランダム位相を用いた震源時間関数であり、本計算では広帯域で理論振幅スペクトルを満たすように 100 回の収束計算を行った。その結果、Boore 型加速度包絡関数の形状はやや崩れているが、Moment Rate 関数の 1 回・2 回微分の波形は高周波の波形に特有のランダム性状を示し、かつ、Moment Rate 関数と Moment 関数のコヒーレントな性状もほぼ満足している。但し、Moment 関数は地震モーメント値 1 に収束せず、また時刻 0 から開始する波形にはならない。

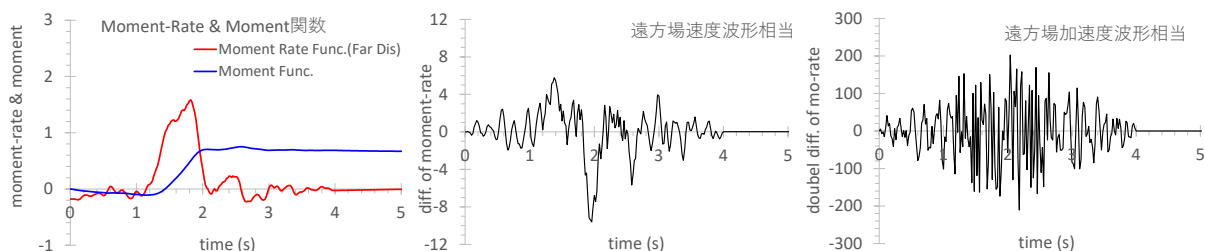
図 3(a), (b)は、それぞれ図 2(b), (c)に対応する震源スペクトル（Moment Rate 関数のフーリエ振幅スペクトル）である。図には ω^{-2} モデルの理論スペクトルも示しており、図 3 (a)の 0 位相の結果は理論スペクトルとほぼ完全に一致している。一方、図 3 (b)のランダム位相の場合は、100 回の収束計算を行っているが、低振動数において理論スペクトルには完全には収束していない。図には実部（赤線）と虚部（青線）も示しているが、0 位相とランダム位相では異なる関数であることに注意されたい。



(a) 0位相(左), ランダム位相(中), 0とランダムのハイブリッド位相 (右: 0.5~2 Hz が接続周波数帯)

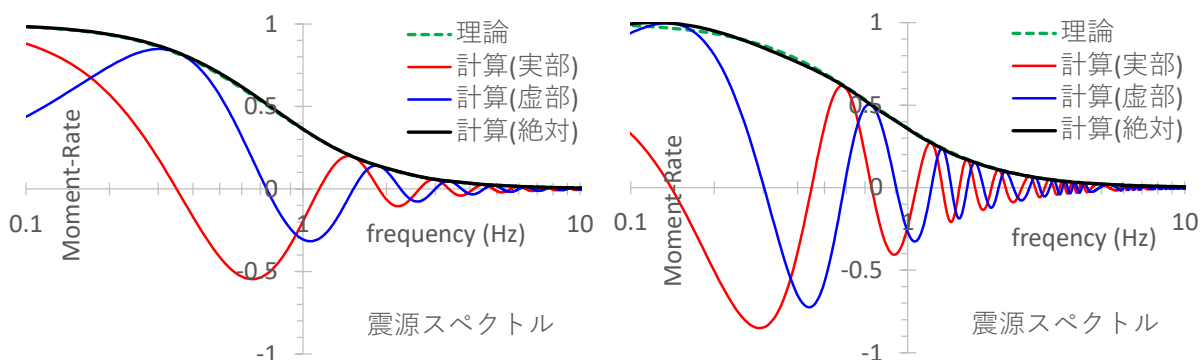


(b) ω^2 モデルと0位相の震源時間関数 (開始時間は $1/(2fc)$ 秒遅れ)



(c) ω^2 モデルとランダム位相の震源時間関 (100回の収束計算を実施)

(左: Moment Rate 関数と Moment 関数, 中: Moment Rate 関数の1回微分, 右: 同2回微分)
図2 3種の位相スペクトルと, ω^2 モデルによる0位相とランダム位相による震源時間関数



(a) 0位相の震源スペクトル

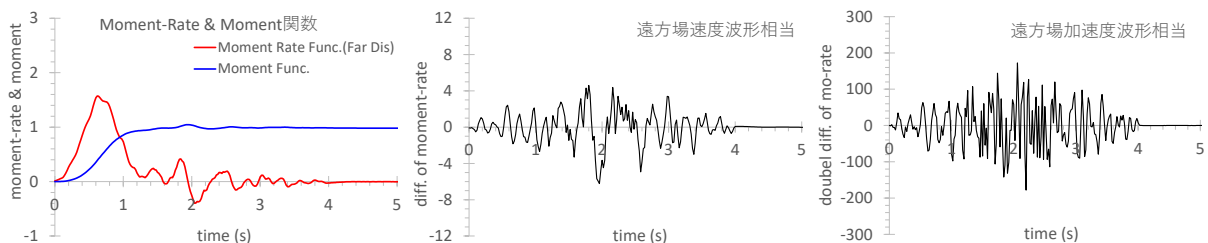
(b) ランダム位相の震源スペクトル (100回の収束計算)

図3 ω^2 モデルと0位相/ランダム位相の震源スペクトル(Moment Rate 関数のフーリエ振幅スペクトル)

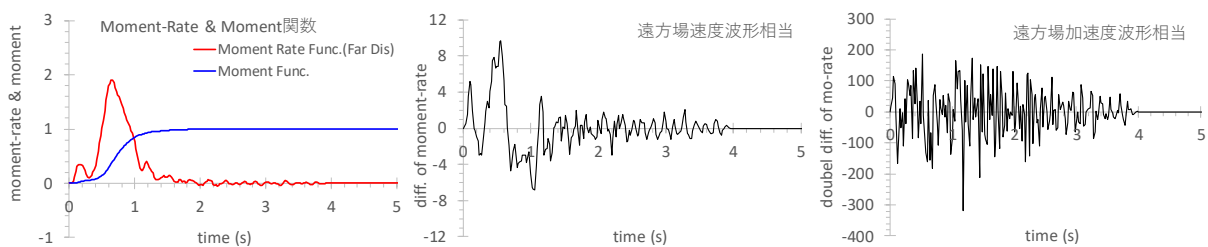
次に, 図4(a)と図5(a)は, 低振動数で0位相, 高振動数でランダム位相の震源時間関数を用い, 0.5~2.0 Hzを接続周波数帯として合成した震源時間関数と, その対応する震源スペクトルである. 波形を合成する際, 0位相の波形には0.5~2.0 Hzで1から0まで振幅を低減するハイカットフィルターを, ランダム位相の波形には0.5~2.0 Hzで0から1まで振幅を増大させるローカットフィルターを用いて, 両

者を重ね合わせている．図 4(a)の震源時間関数は，低周波数でのコヒーレント性と，高周波数のランダムな加速度波形の性状を同時に満足している．但し，図 5(a)に示されているように，震源スペクトルには接続周波数帯で落ち込みが現れている．これは図 3 の震源スペクトルに示されているように，低周波数と高周波数で異なる二つの位相スペクトルの実部・虚部を重ね合わせているためである．

一方，図 4(b)と図 5(b)は Hisada(2008)の手法¹²⁾を用いて計算した震源時間関数と震源スペクトルである．すなわち，まず図 2(a) 右図に示すように，低振動数には 0 位相，高振動数にはランダム位相を用い，0.5~2.0 Hz で線形に位相を変化させるハイブリッドな位相スペクトルを使用する．次に ω^{-2} モデルの振幅スペクトルと加速度波形の Boore 型包絡関数を同時に満足するように，ランダム位相で用いた手法による収束計算を行い，震源時間関数と震源スペクトルを求める．本計算では 10 回の収束計算を実施したが，図 4(b)に示されるように震源時間関数における低周波数でのコヒーレント性と高周波数でのランダムな加速度波形の性状を同時に満足し，かつ，図 5(b)に示されているように，震源スペクトル振幅の落ち込みも完全に解消できている．

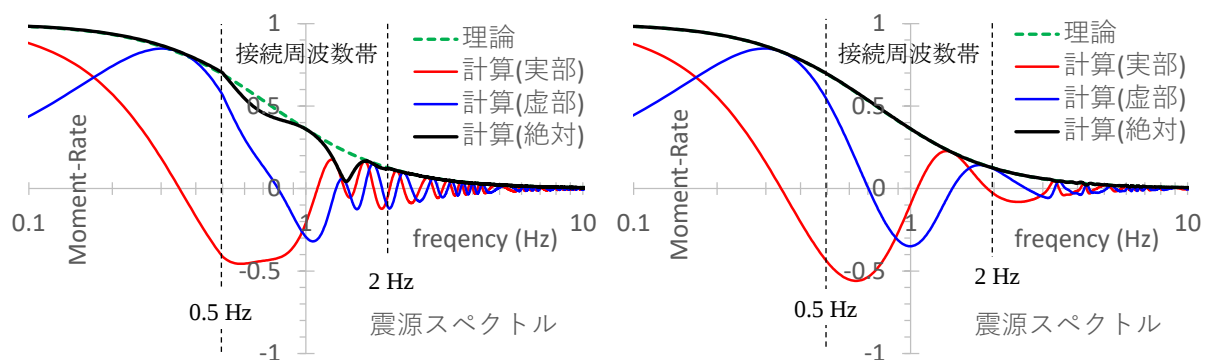


(a) 低周波数波（0 位相）と高周波数波（ランダム波）の単純和による震源時間関数



(b) ω^{-2} モデルと Boore 型加速度包絡関数を目標に 10 回の収束計算を行った震源時間関数

図 4 低周波数の 0 位相と高周波数のランダム位相の震源時間関数を 0.5~2.0 Hz で接続した Hybrid 震源時間関数（左：Moment Rate と Moment 関数，中：Moment Rate 関数の 1 回微分，右：同 2 回微分）



(a) 低周波数波と高周波数波の単純和の震源スペクトル (b) ω^{-2} モデルで振幅補正した震源スペクトル

図 5 低周波数の 0 位相と高周波数のランダム位相の震源時間関数を 0.5~2.0 Hz で接続した Hybrid 震源スペクトル（Moment Rate 関数のフーリエ振幅スペクトル）

以下の計算は、全て Hisada(2008)の手法より接続周波数帯で振幅補正を行った小地震波を使用する。ちなみに、低周波数で理論・数値的手法、高周波数で統計的・経験的手法を用いたハイブリッド手法（例えば文献 5)）による強震動計算を行う際にも、接続周波数帯では全く同様に振幅の落ち込み問題が生じることに注意されたい¹⁴⁾。両手法による振幅スペクトルに比べて顕著な振幅の落ち込みが現れる場合は、両手法による振幅以下としないための振幅補正を行う必要がある。

3.3 小地震と大地震の相似比 N と断層分割数の増大による ω^3 モデルへの漸近化による中間周波数帯における振幅の落ち込み

小地震が大地震に比べて著しく小さく、相似比 N が大きい場合、中間周波数は大きく落ち込むことが知られている^{7), 8), 13), 15)}。この理由は N の増大で破壊伝播が滑らかになり、 ω^{-2} モデルから ω^{-3} モデルに漸近するためである¹³⁾。例えば式(4)の震源スペクトルにおいて滑らか破壊伝播を仮定して、次式の ω^{-3} モデルで近似する。

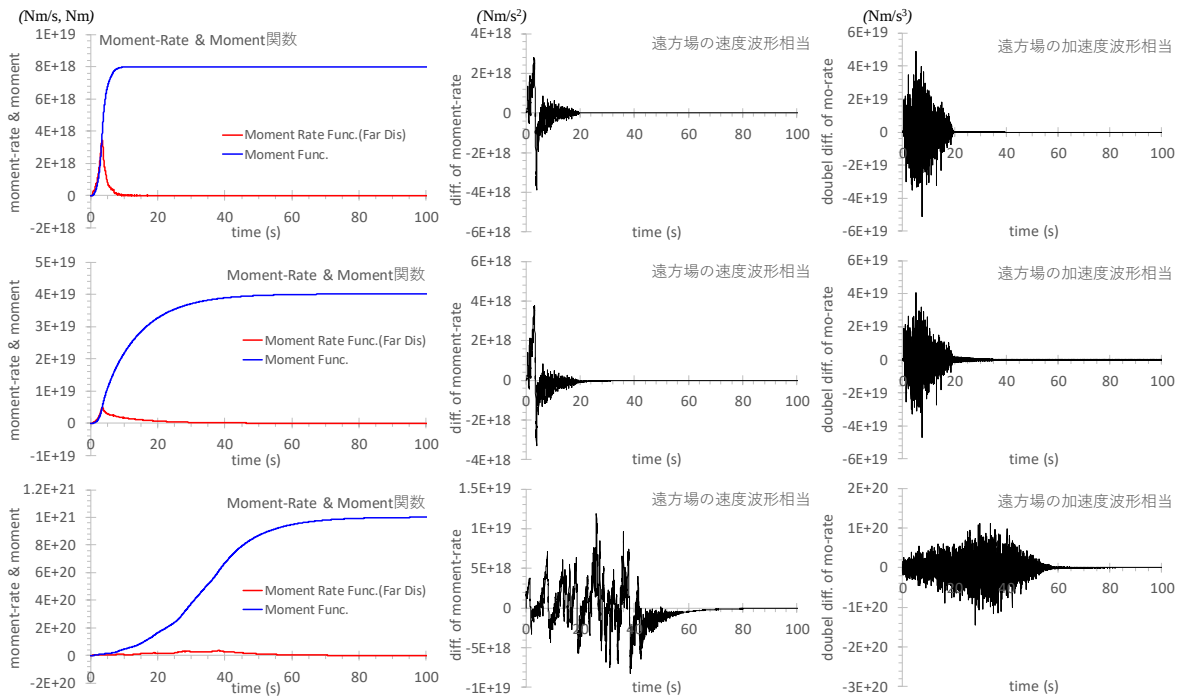
$$|\dot{M}_0^L(\omega)| \approx M_0^L \left| \frac{\sin(\omega L / 2Vr)}{\omega L / 2Vr} \right| \left| \frac{\sin(\omega W / 2Vr)}{\omega W / 2Vr} \right| \left| \frac{1}{1 - i\omega T / \alpha} \right| \quad (14)$$

ここで、右辺の $\sin$ 関数の2つの項は、断層長さ L ・幅 W の一方方向（ユニラテラル）に単純な破壊伝播を仮定した場合の移動震源関数であり、最後の項は大地震の moment rate 関数を継続時間 T/α の指数関数とし、最終 moment 量を1で基準化した振幅スペクトルである¹⁸⁾⁻²⁰⁾。実際の計算では、破壊伝播は震源から断層面上を円筒状に広がるため、上記の仮定は厳密には成立しないが、ここでは最も単純な ω^{-3} モデルとしてのオーダーを比較する例として使用する。

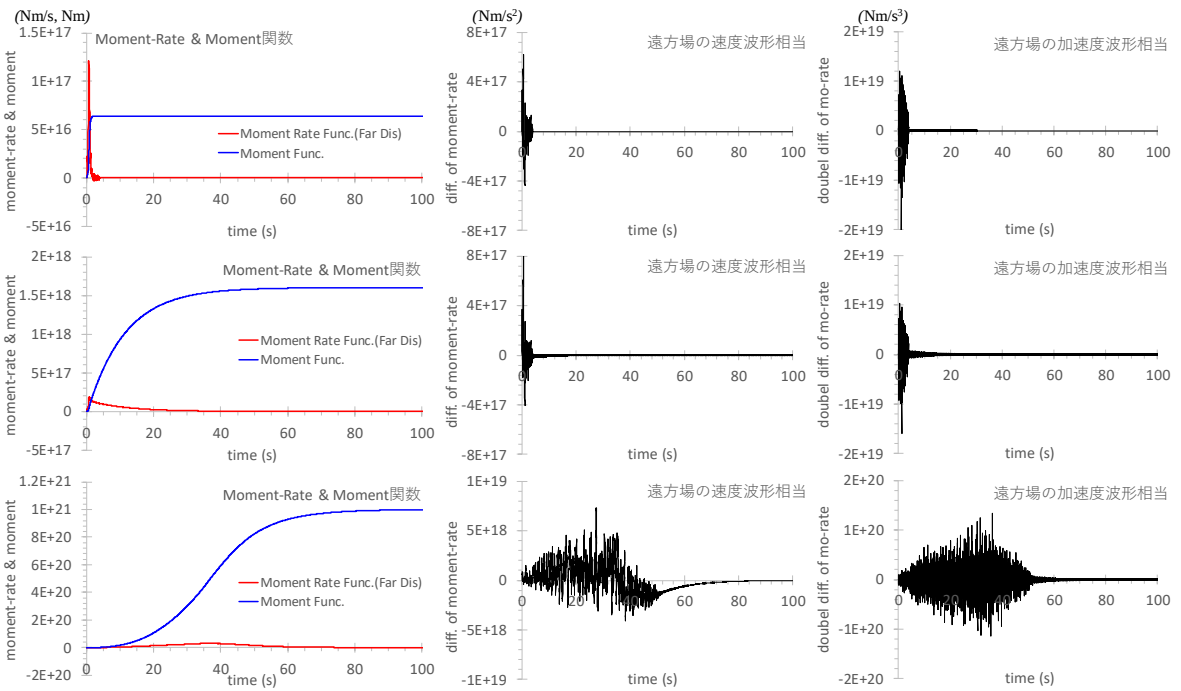
計算例として文献 7), 8)とほぼ同じ例題として、大地震の震源パラメータは、 $M_0 = 1.0 \times 10^{21}$ Nm, $f_c = 0.03$ Hz, $L = W = 100$ km とする。破壊開始点は、分割した要素断層のうちで最も断層面の角点に近い要素中心点とし、 $Vr = 2.8$ km/s で断層面上を円筒状に破壊伝播させる。この震源モデルは文献 8)で示されているように、1946 年南海地震 ($M_w 8.2$) を想定した M8 級の巨大地震である。ちなみに、M6 級程度 ($L = W = 10$ km) の小規模な震源モデルを用いて結果の検証も行っているが、中間周波数帯での振幅落ち込みに関して、ここで得られる結論と全く同じ結果が得られることを確認している。

相似比 N は 2, 5, 25, 80 の 4 ケースとして、Hisada(2008)の手法より小地震波から、式(12)の F 関数と、式(4)を用いて要素地震と大地震の震源時間関数と震源スペクトルを合成する。図 6 は、 $N=5$ と 25 の場合の小地震、要素地震、大地震の震源時間関数である。ここでは式(4)の破壊開始時間のランダム係数 ε_{ij} を使用している。 $N=5$ と 25 の小地震のライズタイムは、それぞれ約 6.7 秒 ($f_c = 0.15$ Hz の逆数) と約 1.3 秒 ($f_c = 0.75$ Hz の逆数)、一方、要素地震では共に約 33.3 秒 ($f_c = 0.03$ Hz の逆数) である。さらに大地震では破壊伝播時間の約 50 秒 (= 断層面の対角線長さ/ $Vr = 141/2.8$) が加わるため、破壊の継続時間は約 83 秒となる。低周波数が強調される Moment Rate 関数や Moment 関数では破壊継続時間が明瞭に確認できるが、高周波数が強調される Moment Rate 関数の 1 回・2 回微分（遠方場での速度・加速度波形相当）では、 F 関数を使用する際にすべり関数として指数関数を仮定したために、すべりの開始部分に短周期波の発生が集中し、主要動はやや短い継続時間を示している。

図 7 は、 $N = 2, 5, 25, 80$ とした小地震の震源時間関数を用いて合成した大地震の震源スペクトルであり、図 7(a)は各要素地震におけるランダムな破壊時間 ε_{ij} を使用しない場合、図 7(b)はランダム破壊時間を使用した場合の結果である。図には小地震（緑実線）と、 ω^{-2} モデルによる大地震（赤破線）、および、式(14)の近似的な ω^{-3} モデル（青破線）の震源スペクトルも示している。 ω^{-2} モデルと比べると $N=2, 5$ という少ない小地震数でも合成波の振幅は中間周波数帯で落ち込みが現れており、さらに N が増大すると振幅は大きく低下し、 ω^{-2} モデルから ω^{-3} モデルにより近い振幅を示している。図中には要素地震の平均的な破壊開始時間の間隔に相当する卓越周波数の値 ($= NVr/L = NVr/W$ Hz) を示しているが、図 7(a)で

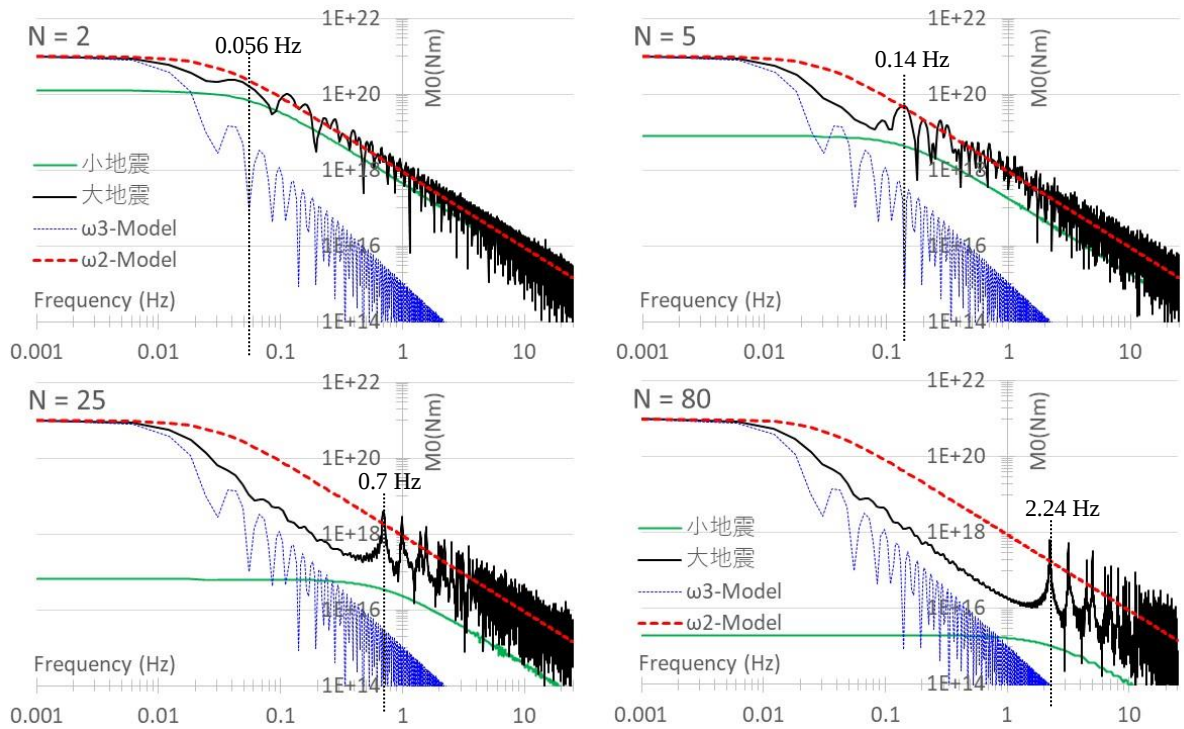


(a) $N = 5$ の小地震（上），要素地震（中），大地震（下）の震源時間関数

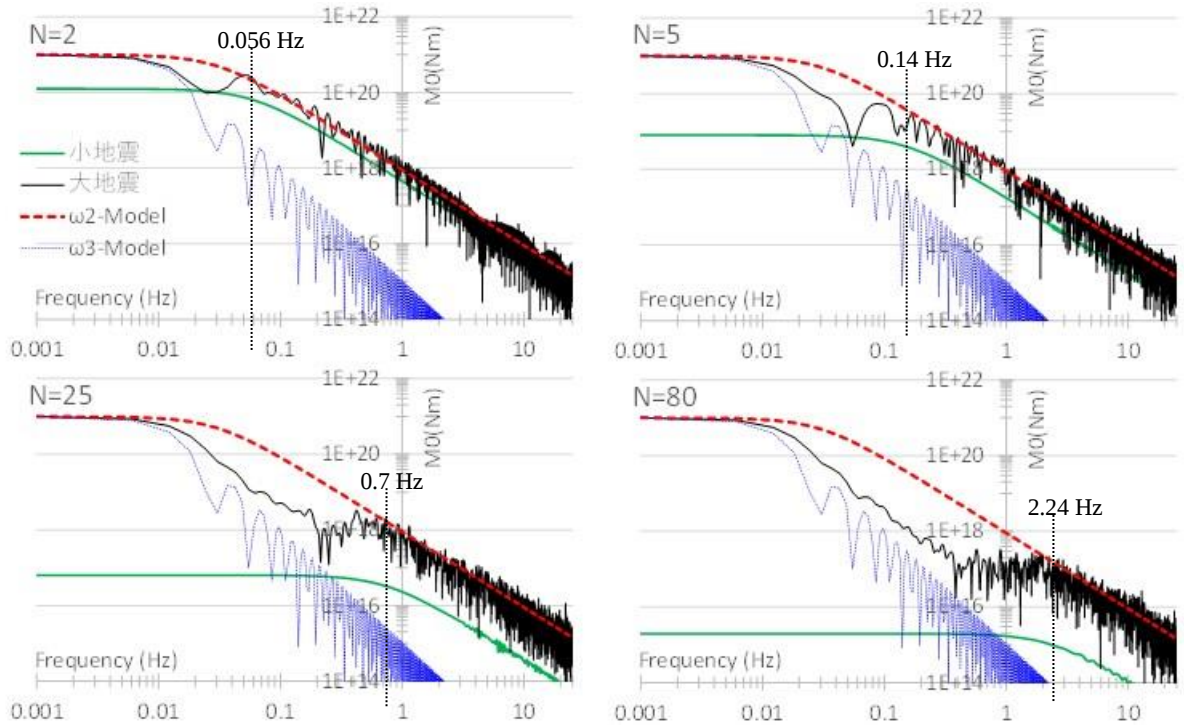


(b) $N = 25$ の小地震（上），要素地震（中），大地震（下）の震源時間関数

図6 $N = 5$ と 25 とした場合の小地震，要素地震，大地震の震源時間関数（左：Moment/Moment Rate 関数，中：Moment Rate 関数の1回微分，右：同2回微分．破壊開始時間のランダム係数 ε_{ij} を使用）



(a) 破壊開始時間のランダム係数 ε_{ij} を使用せず



(b) 破壊開始時間のランダム係数 ε_{ij} を使用

図 7 相似比 $N = 2, 5, 25, 80$ として合成した大地震の震源スペクトルと $\omega^2 \cdot \omega^3$ モデルとの比較
図中の周波数は、要素地震の平均的な破壊開始時間間隔に相当する周波数 ($= N \cdot V_r / L$ Hz)

は $N = 25, 80$ と大きくなると明瞭な卓越周波数が現れている。一方、図 7(a)に比べると図 7(b)では中間周波数での落ち込みがやや低減し、 N が増大しても卓越周波数は現れず、近似 ω^{-3} モデルの振幅に漸近する。ランダム振動の特性が卓越するより高い周波数に着目すると、要素地震の破壊時間間隔に相当する卓越周波数以上では振幅の落ち込みは目立たなくなり、 ω^{-2} モデルの理論曲線に復帰する。

N の増大による振幅落ち込みの解決法として文献 7), 8) では、フラクタル的な様々なサイズの要素地震を用いることで改善されるとしている。また実用的な手法として、経験的グリーン関数法では使用可能な小地震のサイズが小さい場合、まず中規模サイズの地震・地震動を合成し、次に大地震の地震動を合成することも行われている。しかしながら、図 7 に示されるように $N = 2$ や 5 という大きなサイズの小地震を用いても、要素地震の破壊時間間隔に相当する卓越周波数より低い周波数帯域で落ち込みが生じている。一方、文献 13) では円形クラックモデルを用いて、 N に依存しない ω^{-2} モデルの適用を提案している。但し、このモデルは円形断層の中心から同心円状に破壊が伝播し、破壊が円周部に近づくときライズタイムが 0 に近づく特殊な震源モデルである。そのため、円周部での加速度が極めて大きくなるなど、断層近傍などで適用限界があると考えられる。さらに文献 15) では、ユニラテラルな破壊伝播による矩形のクラックモデルを用い、断層端部でライズタイムが 0 に近づく震源モデルを用いる手法を提案している。しかしながら、円形クラックモデルと同様に断層端部は非常に大きな高周波数波形が生じると考えられ、また計算例を見る限り、改善されているものの中間周波数での振幅の落ち込みが現れている。

4. 要素地震の重ね合わせに起因する遷移周波数帯における震源スペクトルの振幅の落ち込みと強震動計算における改善法

3章で考察したように、相似比 N の増大により大地震の震源スペクトルは ω^{-3} モデルに漸近するが、 $N = 2$ や 5 という少ない要素地震の重ね合わせでも振幅の落ち込みが現れている。またランダム振動となる高周波数帯では、要素地震の破壊開始時間の間隔に相当する卓越周波数以上では ω^{-2} モデルに復帰する。本章では破壊伝播に伴う要素地震の重ね合わせが、低周波数でのコヒーレント性状から高周波数でのランダム性状に遷移する周波数帯に着目し、振幅の落ち込みの原因に関する理論的な考察を行う。小地震に対する大地震の震源スペクトルの振幅比は低周波数での N^3 倍、高周波数では N 倍であるが、小地震から要素地震への変換は F 関数により行われ、その際、低周波数の N 倍から高周波数の 1 倍まで滑らかに変化することが可能である。従って、震源スペクトルの大きな落ち込みは、低周波数におけるコヒーレントな N^2 倍の重ね合わせから、高周波数のランダムな N 倍の重ね合わせに遷移する周波数帯で生じることになり、本論文では要素地震に対する大地震の振幅が N^2 倍から N 倍に移行する周波数帯を「遷移周波数帯」と呼ぶ。本章では、はじめに単純なモデルよりフーリエスペクトルの重ね合わせによる振幅の変化を理論的に考察し、次に震源スペクトルの振幅を補正することによる落ち込みの改善法を提案する。

4.1 フーリエスペクトルの重ね合わせによる振幅スペクトルに関する理論的考察

要素地震の震源スペクトルの重ね合わせでは、同じ振幅のフーリエスペクトルを N^2 個重ねることになる。本節では、要素地震の振幅と比べて重ね合わせた振幅は、同じ位相スペクトルであれば N^2 倍、異なるランダム位相であれば N 倍になることを理論的に明らかにする。

まずフーリエスペクトル $F(\omega)$ の平均的な振幅の値は、次式の実効値を用いて評価する。

$$F(\omega)_{rms} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} |F_k|^2} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} (\text{Re}(F_k)^2 + \text{Im}(F_k)^2)} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, M-1) \quad (15)$$

ここで、 F_k はフーリエスペクトル、 k と M は使用する周波数の番号と総数、 rms は二乗平均平方根 (root mean square)、 Re と Im は実部・虚部を意味する。

フーリエスペクトルの重ね合わせの最も単純なケースとして、同じ振幅の 2 つのフーリエスペクトル F_1 と F_2 の和の実効値が、同じ位相の場合は 2 倍、異なるランダム位相の場合は $\sqrt{2}$ 倍になることを示す。この場合、二つのフーリエスペクトルの和の実効値は次式となる。

$$\begin{aligned}
(F_1(\omega) + F_2(\omega))_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} |F_{1k} + F_{2k}|^2} = \sqrt{A^2 \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} \{(\cos \theta_{1k} + \cos \theta_{2k})^2 + (\sin \theta_{1k} + \sin \theta_{2k})^2\}} \\
&= A \sqrt{2 + \frac{2}{M} \sum_{k=0}^{M-1} \cos(\theta_{1k} - \theta_{2k})} \rightarrow \begin{cases} 2A & (\theta_{1k} = \theta_{2k}) \\ \sqrt{2}A & (\theta_{1k} \neq \theta_{2k}) \end{cases} \quad (M \text{ が大きい場合}) \quad (16)
\end{aligned}$$

ここで、 A は F_{1k} と F_{2k} で共通の振幅スペクトル、 θ_{1k} と θ_{2k} は対応する別々な位相スペクトルである。式(16)の $\sqrt{\quad}$ 内の $\cos$ の級数項は、 $\theta_{1k} = \theta_{2k}$ であれば大きさ1の値を M 個重ね合わせるとなり、一方、 $\theta_{1k} \neq \theta_{2k}$ のランダム位相であれば-1 から+1 のランダム数の重ね合わせになるので、 M が大きければその値は0に漸近する。従って、2つのフーリエスペクトルの位相スペクトルが同じ場合、重ね合わせた実効値は2倍の振幅に、位相スペクトルが異なる場合、実効値は $\sqrt{2}$ 倍になる。

上の理論を拡張すれば、同じ振幅を持つフーリエスペクトルを N^2 個重ねる場合、同位相で重ねれば N^2 倍、異なるランダム位相で重ねれば N 倍の振幅(実効値)になる。計算例として、図8は全て振幅1のフーリエスペクトルを25($=5 \times 5$)、625($=25 \times 25$)、6400($=80 \times 80$)個を重ね合わせた例である。要素を重ね合わせの際、図8の左上に示すように0から0.5 Hzは全て共通の0位相、2.0から25 Hzは $-\pi \sim \pi$ に分布するランダム位相、0.5から2.0 Hzの遷移周波数帯は0位相からランダム位相への線形に遷移する値を与える。図では重ね合わせた振幅スペクトルを黒線、2 Hz以上で評価した実効値を赤線で示している。さらに0.5 Hz以下の低振動数と2 Hz以上の実効値の値も示している。図より同位相の低周波数の振幅(実効値)は N^2 倍、ランダム和となる高周波数では N 倍となっており、振幅は $1/N$ 倍に低減する。すなわち、 N が大きいほど低振動数から高振動数への遷移周波数帯で大きな落込みを示す。

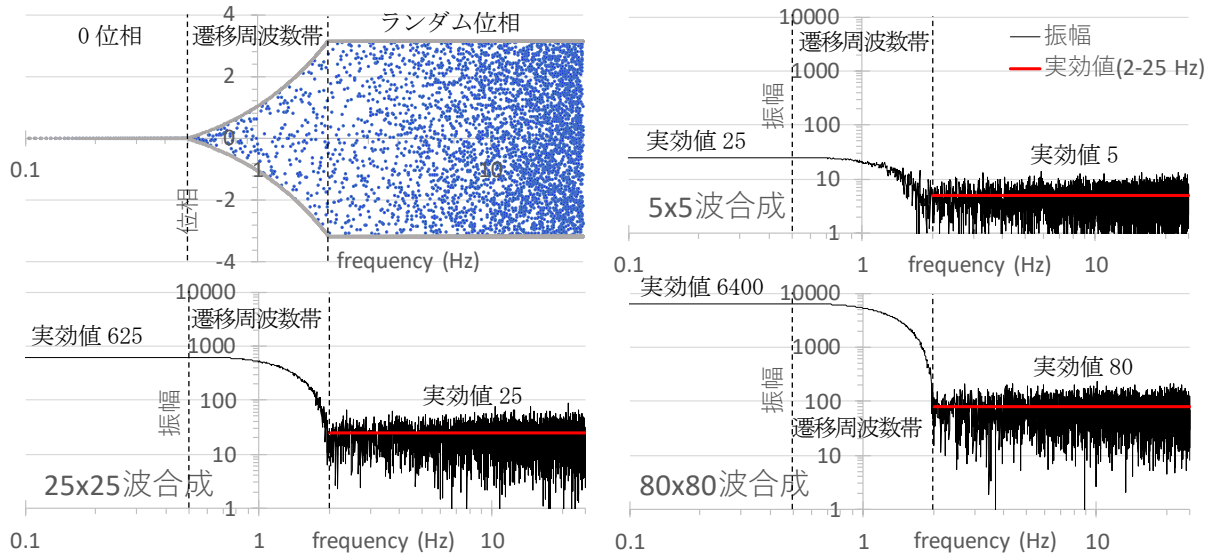


図8 低周波数が0位相、高周波数がランダム位相の同じ振幅のフーリエスペクトルの重ね合わせ

4.2 要素地震から大地震に合成する際の振幅の落込み

大地震の要素地震を N^2 個重ね合わせの際、4.1節と全く同じ現象が生じ、これが遷移周波数帯における震源スペクトルの振幅の落ち込みの原因となる。ここでは要素地震を重ね合わせの際の位相スペクトルの変化は断層面上の破壊伝播に起因するため、式(4)の大地震の震源スペクトルの振幅スペクトルを次式で表現する。

$$\left| \dot{M}_0^L(\omega) \right| \approx \left| \dot{M}_0^E(\omega) \right| \left| \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e^{i\omega(\xi_{ij}/V_r + \epsilon_{ij})} \right| = \left| \dot{M}_0^E(\omega) \right| N^2 F_{RT}(\omega) \quad (17)$$

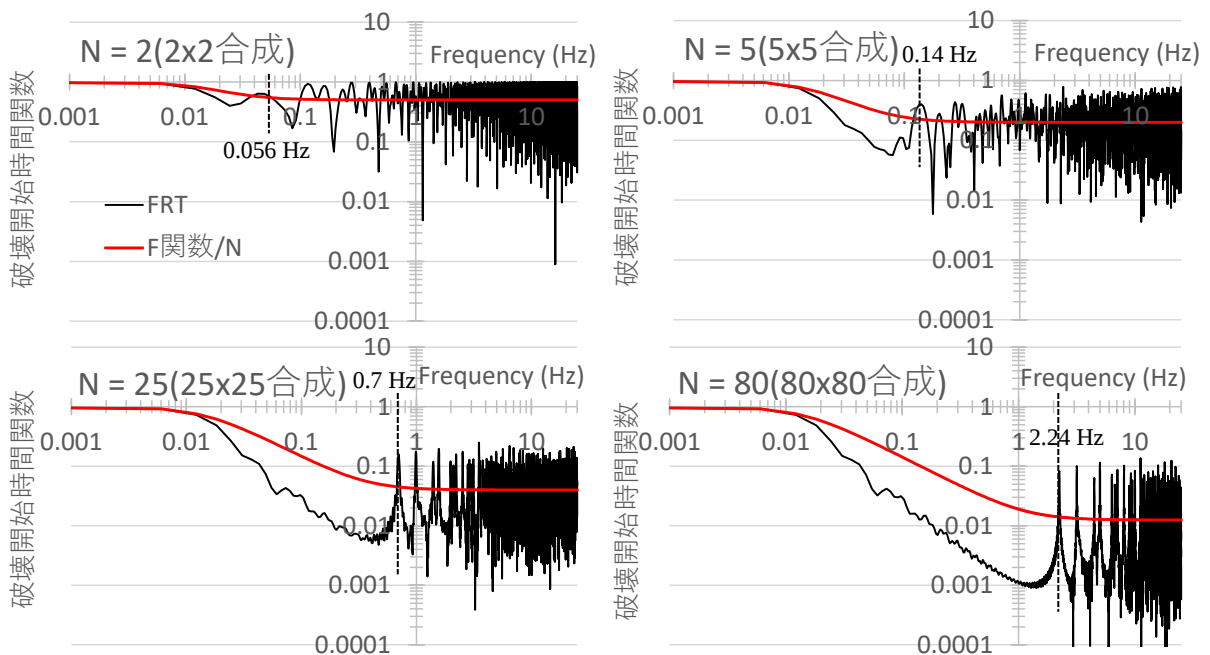
ここで、 F_{RT} は各要素地震で異なる破壊開始時間によって生じる位相差によるフーリエスペクトルの変化を表す関数（以下、破壊開始時間関数）であり、次式で定義する。

$$F_{RT}(\omega) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e^{i\omega(\xi_{ij}/V_r + \varepsilon_{ij})} / N^2 \quad (18)$$

F_{RT} の実効値の極端なケースとして、全小断層が同時に破壊した場合（式(18)で指数関数の引数の時間項 $\xi_{ij}/V_r + \varepsilon_{ij}$ を 0 とした場合）と、破壊伝播による時間差とランダム時間項 ε_{ij} により小地震が完全なランダム時間で破壊するとみなせる場合、に分ける。この場合、4.1 の考察より F_{RT} の実効値は次式で表せる。

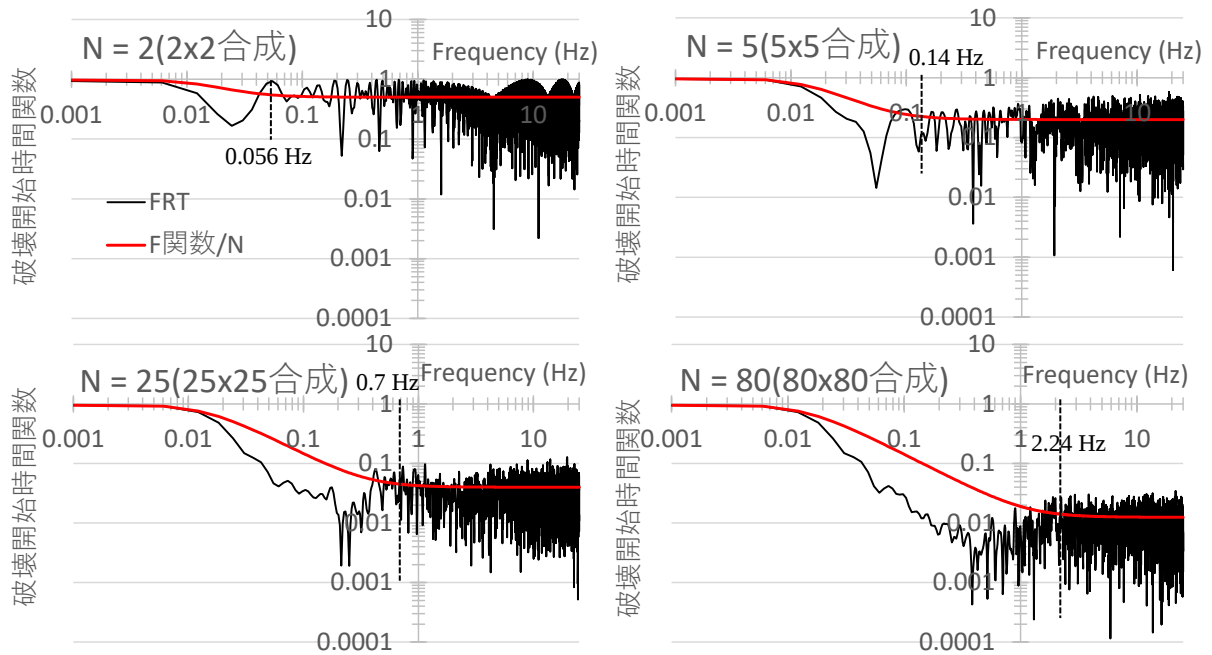
$$\{F_{RT}(\omega)\}_{rms} \approx \begin{cases} 1 & \text{(時間項が全要素で共通)} \\ 1/N & \text{(時間項が各要素でランダム)} \end{cases} \quad (19)$$

図 9 は、図 7 と同じ震源モデル ($N=2, 5, 25, 80$) を用いた時の F_{RT} の振幅スペクトルであり、比較のために N で基準化した F 関数③も赤線で示している。図 9(a) は各要素地震におけるランダムな破壊時間 ε_{ij} を使用しない場合、図 9(b) はランダム破壊時間を使用した場合である。図の数値は要素地震の平均破壊開始時間の間隔による卓越周波数 ($= N \cdot V_r / L$ Hz) であり、表 1 にも計算値を示している。さらに表 1 には、式(19)のランダム理論による振幅の実効値 ($= 1/N$) と、卓越周波数以上の周波数で計算した実効値との比較を示している。ランダムな破壊時間を使用しないと計算による実効値は理論値と大きな誤差が生じるが、ランダム破壊時間を使用した場合の計算値は数%以内の誤差に収まっている。 N で基準化した F 関数と F_{RT} とは、共に低振動数で 1、高振動数で $1/N$ の値（後者は実効値）の関数になるが、 F_{RT} の方が破壊開始時間の間隔の卓越周波数より低い遷移周波数（ F 関数の中間周波数に対応）では遥かに大きな振幅の落ち込みが生じている。



(a) 破壊開始時間のランダム係数 ε_{ij} を使用しない場合

図 9 破壊開始時間関数 F_{RT} の振幅スペクトル (赤線: N で基準化した F 関数③)



(b) 破壊開始時間のランダム係数 ε_{ij} を使用した場合

図9 破壊開始時間関数 F_{RT} の振幅スペクトル (赤線: N で基準化した F 関数③) (続き)

表1 ランダム理論により図9の高周波数領域で計算した実効値の比較

N	ランダム理論 ($1/N$)	要素地震の平均破壊開始 時間間隔の逆数(P1: Hz)	実効値(P1-25 Hz)			
			ε_{ij} なし	誤差(%)	ε_{ij} あり	誤差(%)
2	0.5	0.056	0.612	22.4%	0.493	-1.4%
5	0.2	0.140	0.268	34.0%	0.206	2.9%
25	0.04	0.700	0.060	49.9%	0.040	0.5%
80	0.0125	2.240	0.0175	40.0%	0.0123	-1.5%

図10は $N=2, 5, 25, 80$ とした大地震の震源スペクトルである。式(4)による計算値(黒線)と式(17)の理論解(青線)を重ねているが、両者はほぼ完全に一致している。図には ω^{-2} モデル(赤破線)に加えて、 F_{RT} の実効値として式(19)に示す同位相(緑破線: $F_{RT}=1$)とランダム位相(茶破線: $F_{RT}=1/N$)の解を式(17)に代入した二つの理論スペクトル、および、式(14)の ω^{-3} モデルによる近似スペクトル(灰色線)も示している。理論解(青線)は、 $F_{RT}=1$ の解(緑破線)に式(18)で計算した F_{RT} を乗じた解であるため、計算値(黒線)と理論解の振幅の大きな落ち込みは全て F_{RT} に起因している。計算値は N の増大とともに ω^{-3} モデルに漸近して振幅が落ち込み、 F_{RT} のランダム位相解(茶破線)とほぼ交差する周波数からランダム位相解に遷移する。さらに図中の要素地震の破壊開始時間間隔による卓越周波数よりも高い周波数で、 ω^{-2} モデルの理論解(赤破線)と F_{RT} のランダム位相の理論解(茶破線)は重なり、計算結果は二つの理論曲線に一致する。

4.3 大地震の震源スペクトルの落ち込みの振幅補正による改善法と強震動の計算

最後に、大地震の震源スペクトルにおける中間周波数帯での落ち込みを改善する最も単純な手法として、Hisada(2008)の手法と同様に落ち込んだ振幅スペクトルを、目標とする ω^{-2} モデルによる理論値で補正する手法を提案する。さらに、統計的グリーン関数法を用いて振幅補正の有無による強震動の影響を調べる。以下の計算では紙面の都合上、図7と同じM8級の大規模地震による震源モデルで $N=25$ の事例を紹介するが、ずっと小規模な地震を含む様々な検討結果で同じ結論を得ることを確認している。

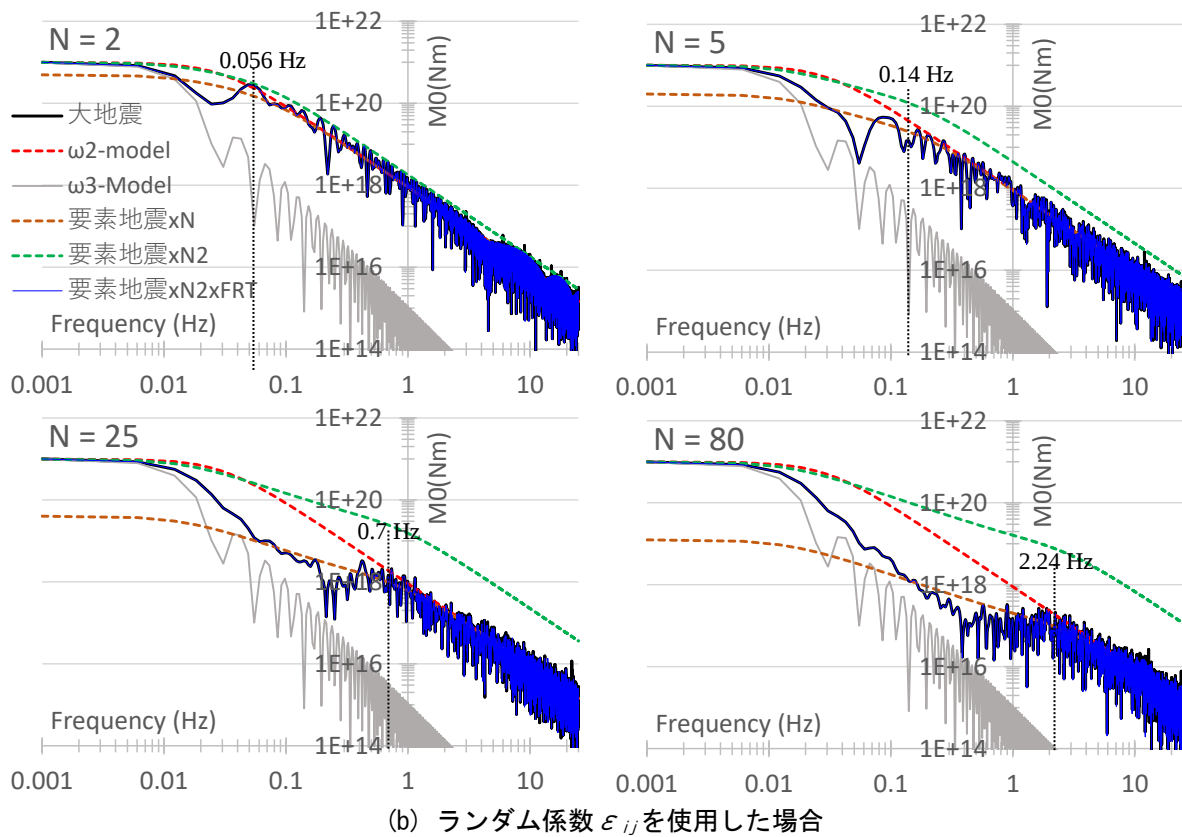
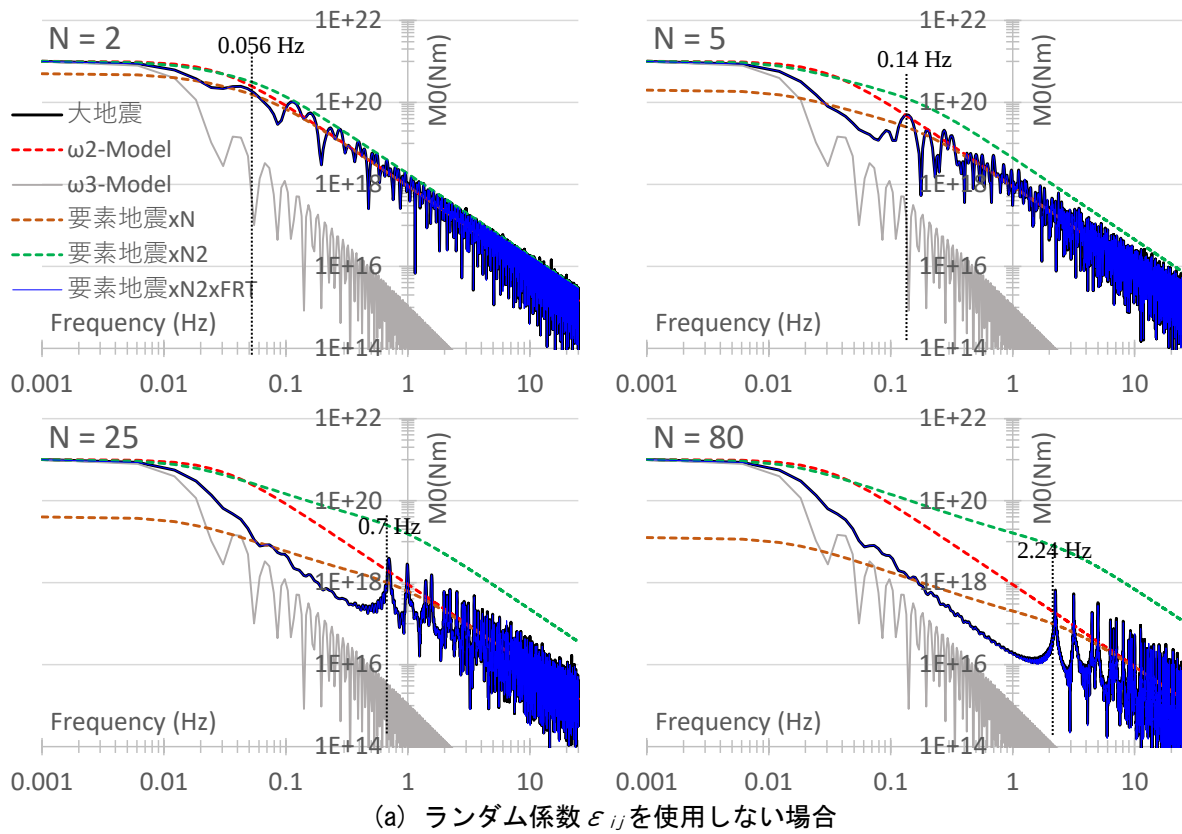


図 10 大地震の震源スペクトルと破壊開始時間係数 F_{RT} を用いた近似スペクトルの比較
(ω^2 モデル, ω^3 モデル, および, F_{RT} の実効値による理論・近似スペクトルも表示)

図 11(a)の左図は、大地震の振幅補正前の震源スペクトル（黒線）と、理論 ω^{-2} モデル（赤破線）の振幅で補正した震源スペクトル（青線）、同右図は補正の際に用いた振幅補正係数である。補正は 0~1 Hz の周波数帯で行い、そのうち 0~0.4 Hz の範囲では完全に ω^{-2} モデルの振幅で補正し、一方、0.4~1 Hz の範囲では 0.4 Hz での ω^{-2} モデルによる補正值から 1 Hz での 1 まで線形に低減させた補正值を用いている。一方、この補正係数では震源スペクトルの振幅の谷に相当する周波数で 100 倍を超えるような過大な振幅補正を行うことになるため、ここでは単純に図 11(b)では振幅補正值の上限値を 10 とした場合（青線）も検討する。なお、ここでは振幅補正する周波数帯は 1 Hz 以下、コヒーレント性からランダム性に移行する周波数を 0.4 Hz と仮定し、さらに振幅補正值は図 11 の振幅補正值の頂部をカットして計算波形の乱れを除去することを目的として、試行錯誤により決めている。今後は、より定量的な値の設定に向けて、多くの計算結果を蓄積し、観測記録等との比較検討を行う必要がある。

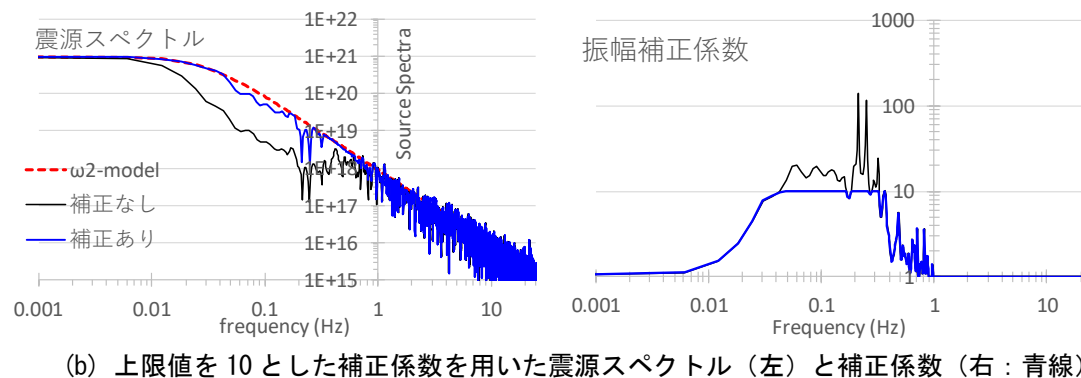
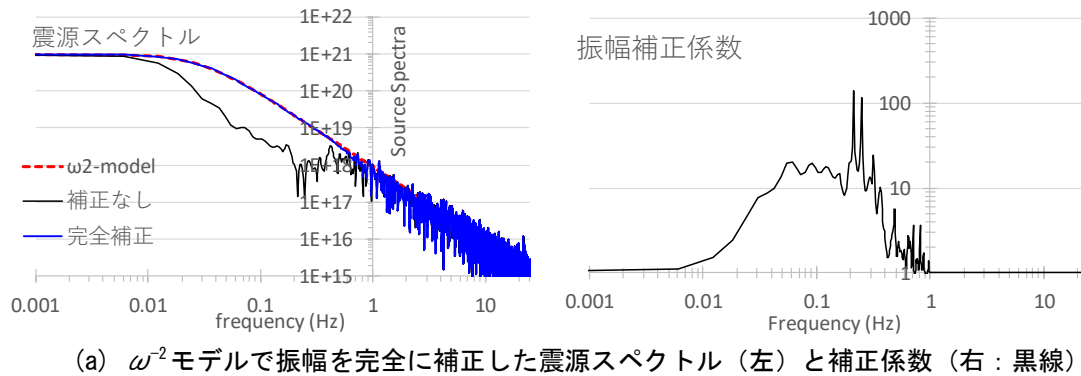
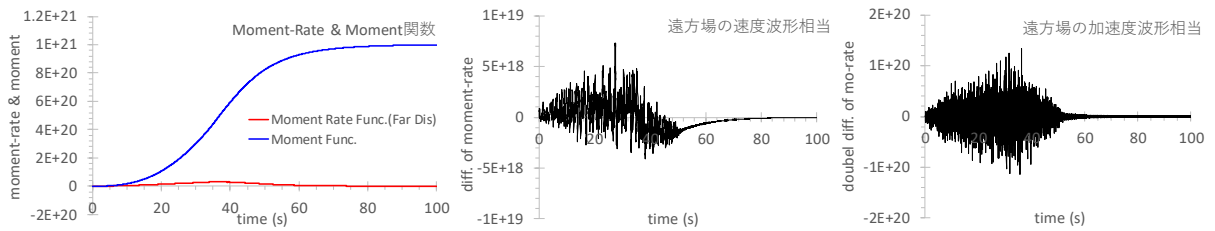


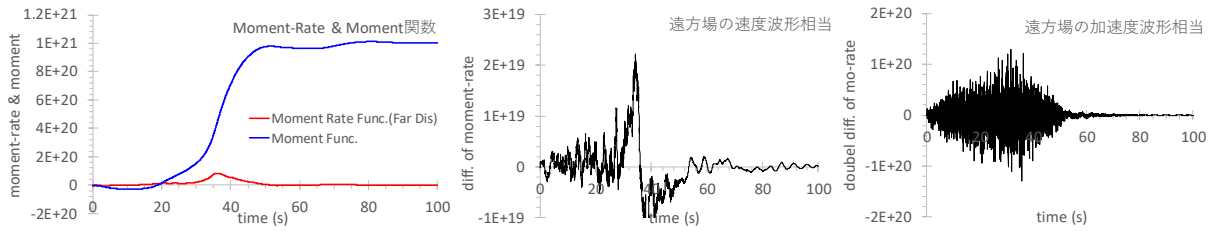
図 11 中間周波数帯での振幅の落込みを ω^{-2} モデルで振幅補正した震源スペクトルと振幅補正係数 ($N = 25$ を使用, 振幅補正は 0~1 Hz で行い, うち 0.4~1.0 Hz の区間は補正係数を 1 まで線形に低減)

図 12 は、図 11 の震源スペクトルに対応する震源時間関数である。図 12 (a)は振幅補正を行わない元の関数（図 6(b)と同じ）、同図(b)は 0~1 Hz で完全振幅補正を行った結果、同図(c)は補正係数の上限値を 10 とした結果である。元の結果と比べると加速度波形相当（右図）の波形性状には大きな差異は見られないが、中間周波数を増幅させたことにより、速度波形相当（中図）と変位波形相当（左図の Moment Rate 関数）の形状は大きく異なっている。

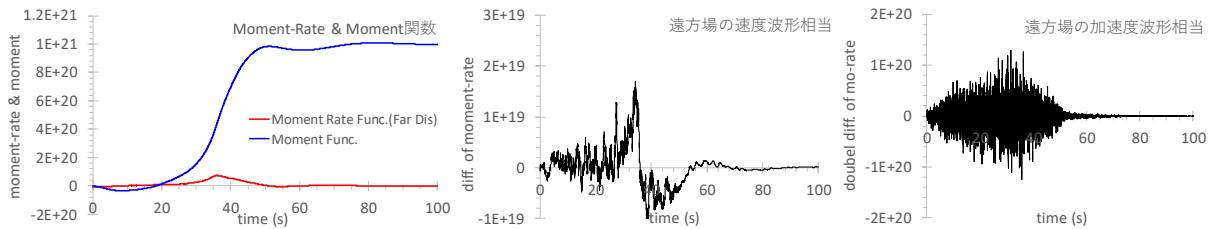
次に図 13 に示す震源断層と観測点の位置関係を用いて、式(7)の統計的グリーン関数により強震動を計算する。震源断層の上端を地表面とする鉛直断層、破壊開始点は最下端部の要素断層の中心とし、破壊伝播速度を $V_r = 2.8$ km/s, 地盤は $V_s = 3.2$ km/s, 密度 $= 2.8$ t/m³ とする。一方、3 つの観測点を地表面上に配置し、それぞれを断層最短距離が 50 km として、forward 側, backward 側, および中間点 (middle) として、破壊伝播による影響を確認する。ちなみに、 $L = W = 10$ km とした小規模な震源モデルによる同じ観測点での結果の検証も行っているが、観測スペクトルにおける中間周波数での振幅の落ち込み、破壊伝播の指向性効果、振幅補正法の有効性に関して、同じ結論が得られることを確認している。



(a) 振幅補正を行わない場合の震源時間関数



(b) ω^{-2} モデルで振幅を完全に補正した震源時間関数



(c) 上限値を 10 とした補正係数を用いた震源時間関数

図 12 中間周波数帯での振幅の落込みを ω^{-2} モデルで振幅補正した震源時間関数 ($N = 25$ を使用, 左: Moment/Moment Rate 関数, 中: Moment Rate 関数の 1 回微分, 右: 同 2 回微分)

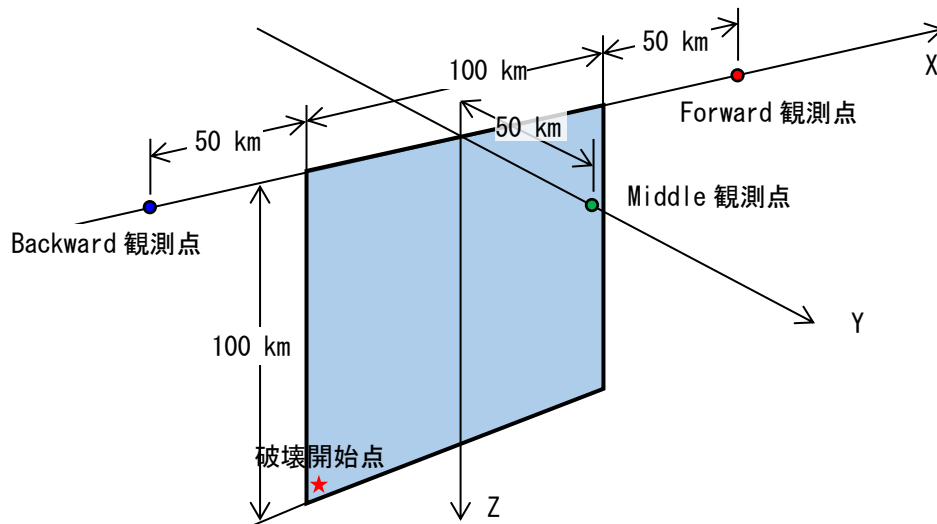


図 13 強震動計算に使用する震源断層, 破壊開始点, および 3 つの観測点 ($N = 25$ を使用)

ここで, 破壊伝播による指向性効果を単純な一方向破壊 (ユニラテラル破壊) のモデルで理論的に考察する. 破壊や波動伝播におけるランダム性を無視すると, 破壊伝播関数 (破壊伝播効果によるフーリエスペクトル) は次式で表される.

$$A_d(\omega) = \frac{\sin(\chi)}{\chi} \exp(i\chi) \quad (20)$$

ここで, $\chi = \frac{\omega\tau}{2}$, $\tau = \frac{L}{C_d V_r}$, $C_d = \frac{1}{1 - (V_r/V_s) \cos \theta}$

である. τ は断層長さ L を破壊伝播速度 V_r で除した継続時間であり, 指向性関数 C_d (directivity function²¹⁾) により観測点の位置により見かけ上の継続時間が大きく変化する. すなわち, θ は震源から観測点に向けた角度であり, forward は $\theta = 0^\circ$, backward は $\theta = 180^\circ$, middle では $\theta = 90^\circ$ になる. 一方, 式(20)では $\sin$ 関数による振幅の山谷が生じるため, F 関数と同様に指向性関数の振幅スペクトルを次の指数関数で近似してみる.

$$|A_d(\omega)| \approx \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau/\alpha)^2}} \quad (21)$$

図 14 の左図に forward(赤線), backward(青線), middle(黒線)の各点の破壊伝播関数とその近似関数(太線: $\alpha=3$ を使用)の振幅スペクトルを示す. 同右図は, middle 点の近似関数に対する forward 点と backward 点の振幅比を示している. forward 点では中間周波数帯から高周波数に向けて 8 倍まで振幅が増大しており, 一方, backward 点では約 0.5 倍まで振幅が低減する.

図 15, 図 16 に, 図 13 の 3 観測点で計算した変位・速度・加速度波形と, 低振動数の値を 1 で基準化した変位波形のフーリエ振幅スペクトルを, それぞれ示す. 計算波形は破壊伝播による指向性効果により, forward 点では振幅が大きく継続時間の短い波形となり, 一方, backward 点では振幅が小さく継続時間の長い波形となる. 振幅補正の無い図 15 (a) の波形に比べて, 補正を行った同図 (b), (c) では変位波形と速度波形の振幅は非常に大きく, 振幅スケールは 5 倍程度大きくしている. 特に forward 点の速度波形では中間周波数帯の振幅が著しく増幅して, 明瞭な指向性パルスが現れている. 完全に振幅補正を行った同図 (b) の波形には図 11 で見られる過大な補正係数に相当するノイズが現れているが, 振幅補正に上限値を用いた同図 (c) ではノイズが消えている. 一方, 図 16 の振幅スペクトルでは, ω^{-2} モデルによる理論振幅 (黒破線) に加えて, 図 14 右図の指向性効果による補正係数比を用いた forward 点と backward 点での振幅スペクトルも参考値として示している (指向性関数にはランダムな効果が考慮されていないため, 低振動数のみ有効). 振幅補正が無い場合, 計算結果は理論振幅に対して中間振動数帯で大きな落ち込みが見られるが, 振幅補正を行った場合は理論振幅に近い振幅を示している.

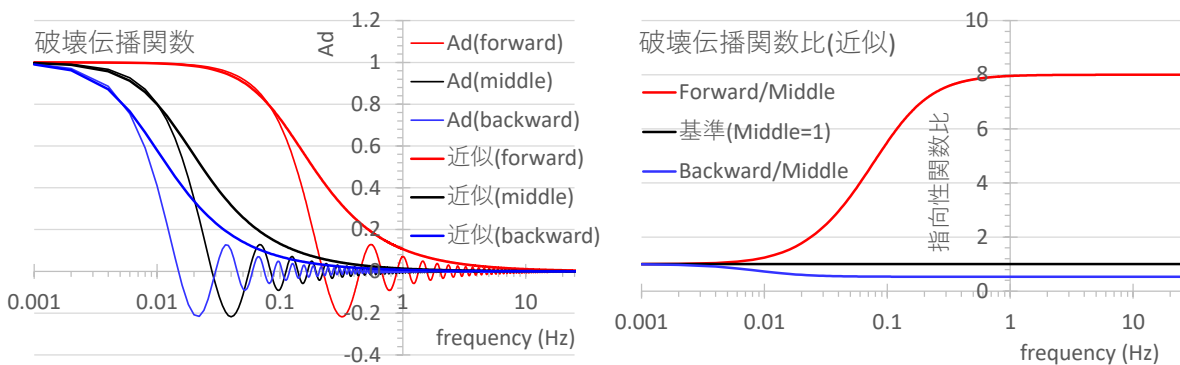
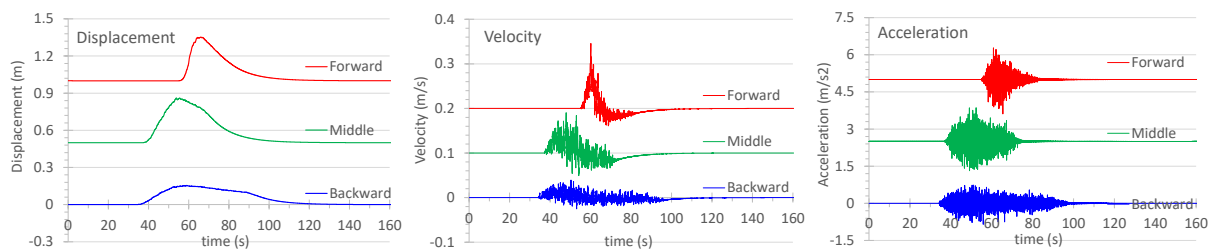
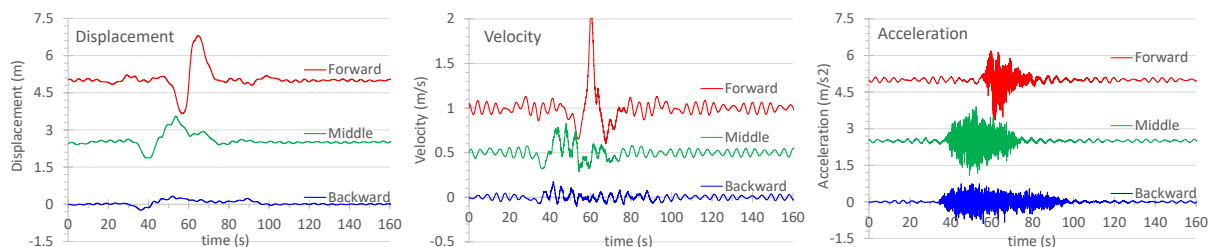


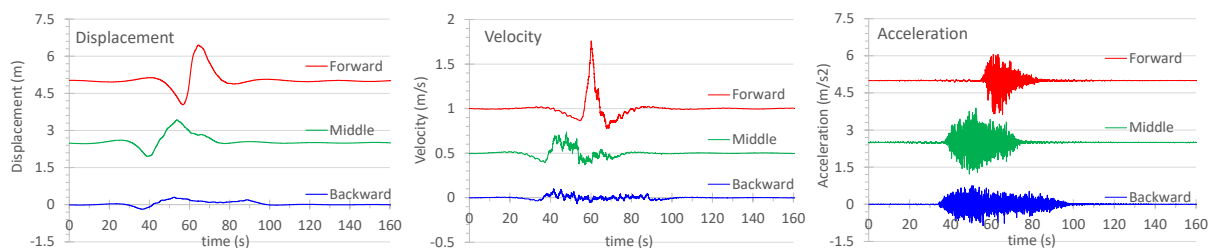
図 14 Forward(赤線), Middle(黒線), Backward(青線)側の破壊伝播関数(細線)と指数関数による近似関数(太線), および, Middle を基準とした近似の破壊伝播関数の比(右図)



(a) 振幅補正なし

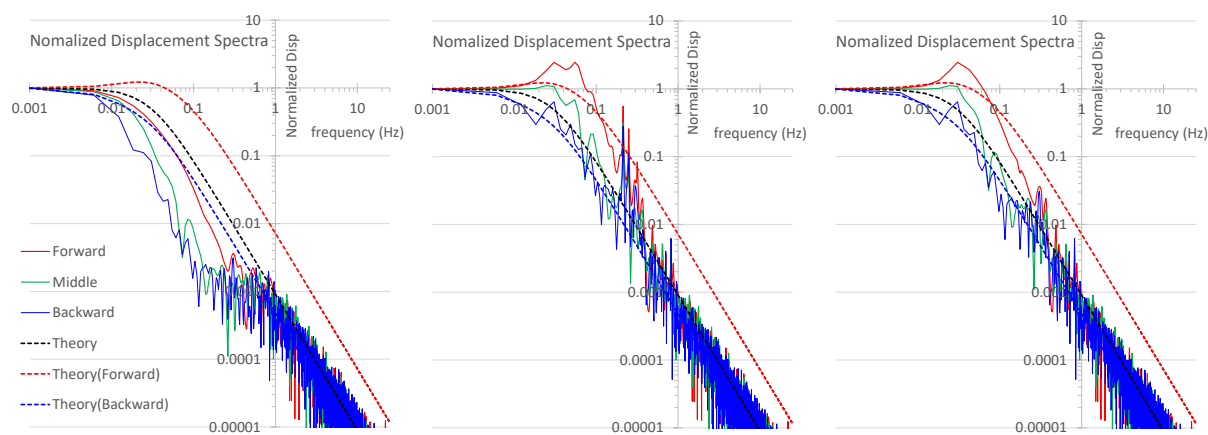


(b) 完全振幅補正



(c) 補正係数上限付き振幅補正

図 15 Forward(赤線), Middle(緑線), Backward(青線)側の観測点における
変位(左), 速度(中), 加速度(右)の各波形



(a) 振幅補正なし

(b) 完全振幅補正

(c) 補正係数上限付き振幅補正

図 16 Forward(赤線), Middle(緑線), Backward(青線)側の観測点における基準化した変位波形の
フーリエ振幅スペクトル(破線: ω^2 モデルと Forward/Backward 側の指向性関数で補正した理論曲線)

5. おわりに

本論文では統計的グリーン関数法を用いて小地震から合成した大地震の震源スペクトルが、中間周波数帯で大きな振幅の落ち込みが生じる原因を4つに分類し、その改善法を提案した。はじめに、使用す

る基礎式と相似則を整理し、次に振幅の落ち込みの原因のうち、(a) F 関数による中間周波数帯における振幅の落ち込み、(b) 低周波数のコヒーレント位相と高周波数のランダム位相という異なる位相スペクトルに基づく結果を重ねることによる接続周波数帯における振幅の落ち込み、(c) 大地震の断層分割数の増大により ω^{-2} モデルから ω^{-3} モデルへの漸近による中間周波数帯での振幅の落ち込み、に関して、既往の研究等から振幅落ち込みの原因と改善法を整理した。その結果、(a) に関しては指数関数型の F 関数¹⁸⁾を用いることで、(b) に関してはスペクトルの振幅補正¹²⁾を行うことで、それぞれ振幅の落ち込みは解消可能であった。ちなみに、(b) に関しては、低周波数で理論・数値的手法、高周波数で統計的・経験的手法を接続するハイブリッド手法を使用する際にも同様な問題が生じるため、両手法による結果の接続により振幅が落ち込む場合、両手法による振幅で補正するなどの配慮が必要になる。一方、(c) に関しては、大地震を分割した要素地震の破壊開始時間の間隔に相当する卓越周波数よりも高周波数で ω^{-2} モデルに復帰するが、それ以下の周波数で大きな振幅の落ち込みが生じることを示した。さらに、(d) 要素地震から大地震への重ね合わせによる振幅の落ち込みは、低周波数でのコヒーレントな重ね合わせによる相似比 N の 2 乗倍から、高振動数でのランダムな重ね合わせによる N 倍に移行する遷移周波数帯で生じ、小さな相似比 N でも振幅の落ち込みが生じることを理論的に明らかにした。最後に、単純かつ実用的な改善法として理論的な ω^{-2} モデルによる振幅補正を行う手法を提案した。統計的グリーン関数法による強震動を計算し、振幅補正の有無による計算結果の比較から、補正を行わないと中間周波数帯での強震動を著しく過小評価することを明らかにした。

謝 辞

本研究は工学院大学・総合研究所・都市減災研究センター (UDM) の助成で行われました。また 3 名の査読者によるコメントにより、本論文は大いに改善されましたことを記して感謝します。

参考文献

- 1) Irikura, K.: Prediction of strong acceleration motions using empirical Green's function, Proc. 7th Japan Earthquake Engineering Symposium, pp. 151–156, 1986.
- 2) 横井俊明, 入倉孝次郎: 震源スペクトルの Scaling 則と経験的 Green 関数法, 地震, 第 2 輯, 第 44 巻, pp. 109–122, 1991.
- 3) 釜江克宏, 入倉孝次郎, 福知保長: 地震のスケーリング則に基づいた大地震時の強震動予測, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 430 号, pp. 1–9, 1991.
- 4) 入倉孝次郎, 香川敬生, 関口春子: 経験的グリーン関数を用いた強震動予測方法の改良, 日本地震学会講演予稿集, 秋季大会, No.2, B25, 1997.
- 5) Kamae, K., Irikura, K. and Pitarka, A.: A technique for simulating strong ground motion using hybrid Green's function, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 88, No. 2, pp. 357–367, 1998.
- 6) Kamae, K. and Irikura, K.: Source model of the 1995 Hyogo-ken Nanbu earthquake and simulation of near-source ground motion, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 88, No. 2, pp. 400–412, 1998.
- 7) 入倉孝次郎: 震源のモデル化と強震動予測, 地震, 第 2 輯, 第 46 巻, pp. 495–512, 1994.
- 8) Irikura, K. and Kamae, K.: Estimation of strong ground motion in broad-frequency band based on a seismic source scaling model and an empirical Green's function technique, Annali Di Geofisica, Vol. XXXVII, No. 6, pp. 1721–1743, 1994.
- 9) 三宅弘恵, 岩田知孝, 入倉孝次郎: 経験的グリーン関数法を用いた 1997 年 3 月 26 日 ($M_{JMA}6.5$) 及び 5 月 13 日 ($M_{JMA}6.3$) 鹿児島県北西部地震の強震動シミュレーションと震源モデル, 地震, 第 2 輯, 第 51 巻, pp. 431–442, 1999.
- 10) 香川敬生: ハイブリッド合成法に用いる統計的グリーン関数法の長周期帯域への拡張, 日本地震工学会論文集, 第 4 巻, 第 2 号, pp. 21–32, 2004.
- 11) 久田嘉章: 統計的グリーン関数法の震源域及び長周期帯域への拡張, 2004 年度日本地震工学会大会, pp. 368–369, 2005.
- 12) Hisada, Y.: Broadband strong motion simulation in layered half-space using stochastic Green's function technique, Journal of Seismology, Vol. 12, No. 2, pp. 265–279, 2008.
- 13) 野津 厚: 円形クラックモデルの経験的グリーン関数法への応用, 地震, 第 2 輯, 第 56 巻, pp. 337–

350, 2004.

- 14) 久田嘉章：第2回強震動計算法，耐震の入口と出口の話—強震動と地震防災—，SEINWEB，NTT ファシリティーズ，テクニカルコンテンツ，2011（公開），
<https://www.sein21.jp/TechnicalContents/Hisada/Hisada0102.aspx> (参照 2020-04-01).
- 15) 引田智樹：矩形クラックモデルを利用した統計的グリーン関数法による地震動評価，日本地震工学会論文集，第12巻，第1号，pp.62-79，2012
- 16) Brune, J. N.: Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 75, pp. 4997–5009, 1970.
- 17) Boore, D. M.: Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 73, No. 6, , pp. 1865–1894, 1983.
- 18) Dan, K., Watanabe, T. and Tanaka, T.: A Semi-Empirical Method to Synthesize Earthquake Ground Motions Based on Approximate Far-Field Shear-Wave Displacement, 日本建築学会構造系論文集，第396号，pp. 27–36, 1989.
- 19) 野津 厚：経験的グリーン関数法のための滑り速度時間関数のより一般化された補正関数とその必要性について，地震，第2輯，第55巻，pp. 233-238，2002.
- 20) 大西良広，堀家正則：震源近傍での地震動予測のための拡張統計的グリーン関数法とそのハイブリッド法への適用に関するコメント，日本建築学会構造系論文集，第586号，pp. 37-44, 2004.
- 21) Ben-Menahem, A.: Radiation of seismic surface-waves from finite moving sources, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 51, No. 3, pp. 401–435, 1961.

（受理：2020年5月4日）
（掲載決定：2020年9月2日）

Causes and Remedies of Fourier Amplitude Sags at Intermediate Frequencies for Simulating Broadband Strong Ground Motions Using Stochastic Green's Function Methods

HISADA Yoshiaki¹⁾

1) Member, Professor, Kogakuin University, Dr. Eng.

ABSTRACT

We investigated the causes and remedies regarding the Fourier amplitude sags at intermediate frequencies in the source spectra of large earthquakes, which were synthesized from small earthquakes using the stochastic Green's function method. First, we summarized the basic equations and the similarity rules between the large and small earthquakes. And then we summarized the causes of the amplitude sags to (a) the sag at intermediate frequencies caused by the F function (the filtering function of the moment rate from the small to the large earthquake), (b) the sag at the connected frequencies caused by superimposing results based on different phase spectra, which are the coherent phases at lower frequencies and the random phases at higher frequencies, and (c) the sag at intermediate frequencies caused by approximating from the ω^{-2} model to the ω^{-3} model, as the number of fault divisions of large earthquakes increases. We investigated the causes of those sags and their improvement method. Furthermore, we theoretically investigated (d) the sag due to the superposition of the element earthquakes, and found that a large sag was caused at transition frequencies by the change in the amplitude of the square of the similarity ratio N at lower frequencies to N at higher frequencies. Finally, as a simple and practical improvement method for the sag, we proposed an amplitude correction method based on the theoretical ω^{-2} model. We simulated the strong ground motions using the stochastic Green's function method, and compared the results with and without the amplitude correction, and demonstrated that the strong ground motions are greatly underestimated without the correction at the intermediate frequencies.

Keywords: Broadband strong ground motion, Stochastic Green's function methods, Amplitude sags at intermediate frequencies, Connecting frequencies, Transition frequencies