

成層地盤における正規モード解及びグリーン関数の効率的な計算法

EFFICIENT METHODS FOR COMPUTING GREEN'S FUNCTIONS AND
NORMAL MODE SOLUTIONS FOR LAYERED HALF-SPACES

久田 嘉章*

Yoshiaki HISADA

Several techniques for efficiently computing Green's functions and normal mode solutions for layered half-spaces are proposed. First, the reflection/transmission (R/T) matrix method is applied to computing normal mode solutions in order to obtain numerically stable results up to very high frequencies. Second, the phase velocities obtained from above and Filon's quadrature are used for the wavenumber integration of Green's functions; this method greatly reduces the number of total integration points. Finally, the cubic-spline interpolation is used to spacially interpolate Green's function, greatly reducing computational time to obtain many Green's functions. The validity of the methods are checked by comparing results using other methods.

Keywords: Green's function, normal mode solution, layered-half space, R/T matrix method, Filon's quadrature, Green function library, cubic-spline interpolation

グリーン関数、正規モード解、成層地盤、透過反射マトリックス法、
フィロンの数値積分法、グリーン関数ライブラリー、スプライン補間法

1. はじめに

成層地盤の正規モード解及び動的グリーン関数を効率的に計算することは、地震学・地震工学のみならず環境振動問題など建築・土木の分野でも重要である。特に近年、地震学・地震工学では震源過程のインバージョンや面的な強震動波形のシミュレーションに効率よく大量にグリーン関数を計算する必要に迫られている（例えば文献¹⁾）。成層地盤の動的グリーン関数は境界要素法などの数値解析法にも適用されており、その際には精度の高く数値的に安定した解が要求される²⁾。

著者はこれまで、成層地盤におけるグリーン関数を数値的に安定かつ効率的に計算する手法を提案してきた^{3), 4), 5)}。そこでは、成層を表記する伝達マトリックスにLuco and Apselの反射・透過マトリックス法 (R/T Matrix法)⁶⁾を改良し、高振動数までの数値安定性を保証するとともに、振源の深さと観測点の深さが近いときに生ずる数値不安定の問題も、波数積分に解析的な漸近解を導入し解決した。

本論文では著者の方法を更に発展させ、R/T Matrix法を用いて正規モード解を効率的に計算する方法、グリーン関数の波数積分を

高速化する方法、さらに多くの数のグリーン関数をライブラリー値と補間法を組み合わせる方法を提案する。なお、ここで示されるフォートランによるプログラムはインターネットを通じ研究目的に公開されている。

2. 定式

本論文で使われる成層地盤のグリーン関数の基本的な定式は文献³⁾を、振源と観測点の深さが近い場合の解析的な処理法に関しては文献⁴⁾を、参照されたい。以下の2. 1ではそれらの要点のみ記し、2. 2で正規モード解への適用、2. 3と2. 4で波数積分法の効率化について、2. 5で膨大な数のグリーン関数を計算する諸方法について述べる。

2.1 R/T Matrix法と振源と観測点の深さが近い場合の処理

成層地盤を表記する伝達マトリックスにはThomson-Haskell法が多用されているが、この方法には高振動数で指数関数が発散し、数値不安定になるという欠点がある。このため、Haskell法を改良

* 工学院大学建築学科 工博

Dept. of Architecture, Kogakuin University, Dr. Eng.

または全く別な定式による多くの手法が提案され、応用されている(例えば^{11,6),7),9)})。本論文では発散する指数関数を完全に除去した反射・透過マトリックス法 (reflection /transmission matrix, R/T Matrix法) を用いている。その記述法に関してはKennett⁷⁾とLuco and Apsel⁹⁾の2つの方法があるが、ここではLuco and Apselの方法を採用している。但し、原論文では振源を記述する項に発散する指数関数が残っているため、ここではHarkrider¹⁰⁾やKennettら⁷⁾が行ったように振源の深さに仮想の層境界を設け、そこにステップ応力条件を導入してその問題を解決している³⁾。

一方、グリーン関数を計算する際、振源と観測点の深さが同じか近い場合は、波数積分の被積分関数が波数とともに発散してしまう。このため何らかの対策が必要になるが、被積分関数の漸近解を導入し収束を早める方法^{11),12)}、振動する被積分関数の極小・極大値の平均値から近似解を求める方法¹³⁾、積分路を複素積分路に拡大して収束する被積分関数に変換する方法¹⁴⁾、などが提案されている。それぞれの手法には一長一短があるが(例えば文献^{3),5)})、本論文では被積分関数に漸近解を導入する方法を採用している。その中でも多用されている方法は、波数が増大する(振動数が0に近づく)とグリーン関数が振源層と同じ物性の一様全無限体の静的解に漸近する性質を利用するものである。すなわち、その漸近解を被積分関数から引いて、被積分関数の収束を保証してから数値積分を行い、次にその積分値に漸近解の解析積分値を加えて最終的な解を求める方法である^{11),12)}。但し、この方法では振源が、自由表面や層境界に近い場合、境界上にある場合、または観測点が振源とは違う層にある場合などは、層境界から振幅の大きな反射波や透過波が生じるため、一様全無限体の静的解の収束性は悪くなる。そこで本研究では波数が大きい場合の反射・透過波を含む漸近解を解析的に求め、それを用いている⁴⁾。

2.2 反射・透過マトリックス法による 正規モード解の計算

Kennett法による反射・透過マトリックス法による表面波の分散曲線やモード形、正規モード解などの計算法は文献¹⁵⁾などに示されているが、ここではChen¹⁶⁾に習い、R/T法によるHisada³⁾の記述による定式を行う。

初めに表面波の特性方程式を導く。Hisada³⁾の(A-1)式を用いると、自由表面で応力0の条件からLove波・Rayleigh波ともに次式を得る。

$$\left\{ E_{21}^1 + E_{22}^1 \Lambda_u^1(0) \hat{R}_d^{(1)} \right\} C_d^1 = 0, \quad (1)$$

記号の詳細はHisada³⁾を参照されたい。上式の C_d^1 は、第一層内での下方に向かう波動の振幅を表すが、これが存在するためには上式の中カッコ内の固有値が0でなければならない。無次元化を行うと、Love波に対しては

$$\frac{\det \left\{ E_{21}^1 + E_{22}^1 \Lambda_u^1(0) \hat{R}_d^{(1)} \right\}}{\mu_1 v_\beta^1} = 0, \quad (2)$$

Rayleigh波に対しては

$$\frac{\det \left\{ E_{21}^1 + E_{22}^1 \Lambda_u^1(0) \hat{R}_d^{(1)} \right\}}{(\mu_1)^2 v_\alpha^1 v_\beta^1} = 0, \quad (3)$$

を得る。ここで μ_1 は第一層の剪断弾性係数であり、また、 v_α^1 と v_β^1 はHisada³⁾に示されているように、

$$\begin{aligned} (v_\alpha^1)^2 &= k^2 - (\rho_{\alpha 1})^2, & \operatorname{Re}(v_\alpha^1) &\geq 0 \\ (v_\beta^1)^2 &= k^2 - (\rho_{\beta 1})^2, & \operatorname{Re}(v_\beta^1) &\geq 0. \end{aligned} \quad (4)$$

である。 v_α^1 と v_β^1 は、第一層のP波・S波速度に該当する分岐点で0となるが、(2)、(3)式の分子も同じ分岐点で0となり、これを相殺するために上式には導入している。さらに分子が波数とともに振幅が増大して発散するのを防ぐ目的もある。

(2)、(3)式が表面波の存在条件を決める特性方程式であり、周期ごとに各モードの固有値(位相速度)が決定される。一方、深さ方向の振幅分布である固有ベクトル、及び群速度は以下のように計算される。まず固有変位ベクトルはHisada³⁾の(A-1)式左辺のDより、固有応力ベクトルは同じくSより、容易に計算される。一方、群速度は求められた固有ベクトルを深さ方向にエネルギー積分を求め、文献¹⁷⁾の(7.70)式で計算する。この方法は、各層ごとに固有ベクトルが解析的に積分でき、効率的に群速度が計算される。また微分ではなく積分を用いるため数値的に安定している利点もある。

2.3 グリーン関数の効率的な波数積分法 (その1:極の扱い)

グリーン関数を波数積分して求める際、二つの点に注意しなければならない。まずは被積分関数が表面波の位相速度に相当する波数(極)で発散することである。通常、層構造の速度に虚数を導入して減衰を表すため発散は無くなる。しかし減衰が小さな場合は鋭いピーク値を示すため特別な配慮が必要になる。

これに対処するために良く用いられるのはPhinneyによる方法¹⁸⁾である。これは振動数に仮想の虚数(ω_1)を導入し、被積分関数をなだらかな関数にして波数積分し、時間領域に戻す際に $\exp(\omega_1 t)$ を掛けて仮想減衰による減少分をもとに戻す方法である。この方法は非常に簡便であるが、後の計算例に示すように時間領域で $\exp(\omega_1 t)$ を掛けた際、数値誤差の蓄積で波形の尾部の精度が悪化する場合がありますので注意を要する。

本研究では、2.2で計算した表面波の位相速度を利用する。すなわちグリーン関数に先だてて位相速度を計算し、各モードの極の位置を調べておき、積分する際に極回りで密な積分点を配置する方法である。この方法では全継続時間で精度良い解が得られる。しかし、構造の減衰が非常に小さい場合には、極回りの積分評価にはCauchyの主値などによる厳密な評価をしないと、精度が悪くなる可能性があることに注意を要する。

2.4 グリーン関数の効率的な波数積分法 (その2:波数が大きい場合)

グリーン関数を波数積分して求める際の二つめの問題は、振源と観測点の水平距離と波数の積が大きい場合、被積分関数が激しく振動し、数値積分が困難になることである。このような関数を効率的に積分する方法が各種提案されている^{13),14)}。本研究では、被積分関数は調関数に収束することを利用し、Fibnの積分法を採用する。これは、ある小さな積分区間ごとに調関数の包絡線を高次関数で近似し、その高次関数と調関数との積を解析的に積分

する方法である。必要な積分点は、調和振動する包絡形状のみであるため、通常の積分法に比べて積分点数を著しく減らせる。包絡線を1次近似した方法は文献⁹⁾などによって用いられているが、ここではより精度の高い二次近似式を用いる。

グリーン関数に必要な波数積分は次式でまとめられる。

$$\int_0^{\infty} f(k,r) J(kr) dk = \int_0^{k_0} f(k,r) J(kr) dk + \int_{k_0}^{\infty} f(k,r) J(kr) dk \quad (5)$$

ここで、Jはベッセル関数、kは波数、rは振源から観測点までの水平距離である。上式右辺で、kr(波数×水平距離)が3程度より小さい場合、すなわち第1項の数値積分にはSimpson法を用いる。

一方、第二項にはFibnの積分を用いる。k₀×rの値が3程度以上とすると、ベッセル関数は以下の式で非常に精度良く近似される(例えば文献¹⁹⁾)。

$$J_0(kr) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi kr}} \left\{ \cos(kr) \left(1 - \frac{1}{8kr} \right) + \sin(kr) \left(1 + \frac{1}{8kr} \right) \right\}$$

$$J_1(kr) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi kr}} \left\{ \sin(kr) \left(1 + \frac{3}{8kr} \right) - \cos(kr) \left(1 - \frac{3}{8kr} \right) \right\} \quad (6)$$

(6)式を(5)式に代入し、sin項とcos項で整理すると(5)式の第二項は以下の二つの式にまとめられる。

$$\int_{k_0}^{k_{2n}} f^C(k,r) \cos(kr) dk \quad \text{及び}$$

$$\int_{k_0}^{k_{2n}} f^S(k,r) \sin(kr) dk \quad (7)$$

本研究では被積分関数の収束性はどのような条件下でも2.1によって保証されているため、積分範囲の上限をk_{2n}で打ち切っている。

k₀からk_{2n}までの積分範囲を間隔Δkで2n個に分割し、小さい方から波数をk₀, k₁, k₂, ..., k_{2n}とする。この時、2次のFilon積分法を用いると(7)式は以下のように表現できる²⁰⁾。

$$\int_{k_0}^{k_{2n}} f^C(k,r) \cos(kr) dk \approx \Delta k [\alpha(hr) \{ f_{2n}^C \sin(rk_{2n}) - f_0^C \sin(rk_0) \} + \beta(hr) C_{2n} + \gamma(hr) C_{2n-1}]$$

$$\int_{k_0}^{k_{2n}} f^S(k,r) \sin(kr) dk \approx \Delta k [\alpha(hr) \{ f_0^S \cos(rk_0) - f_{2n}^S \cos(rk_{2n}) \} + \beta(hr) S_{2n} + \gamma(hr) S_{2n-1}] \quad (8)$$

ここで、

$$f_i^C = f^C(k_i, r), \quad f_i^S = f^S(k_i, r), \quad (i = 0, 1, 2, \dots, 2n)$$

$$\alpha(x) = \frac{1}{x} + \frac{\sin 2x}{2x^2} - \frac{2 \sin^2 x}{x^3}$$

$$\beta(x) = 2 \left(\frac{1 + \cos^2 x}{x^2} - \frac{\sin 2x}{x^3} \right)$$

$$\gamma(x) = 4 \left(\frac{\sin x}{x^3} - \frac{\cos x}{x^2} \right)$$

$$C_{2n} = \sum_{i=1}^n f_{2i}^C \cos rk_{2i} + \frac{1}{2} \left\{ f_0^C \cos rk_0 - f_{2n}^C \cos rk_{2n} \right\}$$

$$S_{2n} = \sum_{i=1}^n f_{2i}^S \sin rk_{2i} + \frac{1}{2} \left\{ f_0^S \sin rk_0 - f_{2n}^S \sin rk_{2n} \right\}$$

$$C_{2n-1} = \sum_{i=1}^n f_{2i-1}^C \cos rk_{2i-1}$$

$$S_{2n-1} = \sum_{i=1}^n f_{2i-1}^S \sin rk_{2i-1} \quad (9)$$

2.5 膨大な数のグリーン関数を計算するために有効な諸手法

上に示した諸手法によってグリーン関数は、どのような条件下でも高振動数まで高速に計算される。しかし多重震源モデルの震源インバージョンを行う場合(例えば²¹⁾)、境界要素法の基本解に用いる場合(例えば²⁾)、有限要素法や差分法への3次元入射場を計算する場合、などには数千から数百万のグリーン関数の計算が必要となることがある。この場合、以下に示される2つの手法が有効である。

まず初めは、Hisada³⁾(A-1)式で各層の下降・上昇波の振幅を表す係数C_d^jとC_u^jを、予めライブラリーとしてプログラムの中で計算しておく方法である。実際の波数積分は、このライブラリー値を用いて計算する。この方法は、C_d^jとC_u^jの計算に最も演算時間をとられること、この係数はある周波数では振源深さhと波数kのみの関数であり、観測点とは独立していること、などから、点振源に対して観測点数がたくさんある場合に有効である。それに対してダブルカップル震源の場合は、Hisada³⁾の(2)式に示されるように相反定理を用いていないため、hが観測点深さとなり、逆に震源の数がたくさんある場合に有効となる。

次の方法はグリーン関数ライブラリーと補間法を組み合わせる方法である(例えば²¹⁾)。すなわち、予めある任意面の荒いグリッド上に、厳密なグリーン関数のライブラリーを作成しておき、任意点のグリーン関数値はライブラリー値を補間して計算する方法である。本研究では補間法としてcubic-spline法²²⁾を用いている。

3. ソースプログラムの公開

本論文で示された正規モード解、グリーン関数、補間法などのソースプログラム(フォートラン)及びマニュアル等はインターネットを通じ、研究用に公開されている。anonymous ftpサイトは133.80.156.38で、ディレクトリーはpub/hisadaである。最新情報はそのREADMEファイルを参照されたい。

4. 計算結果及び考察

以下の解析では、すべて表1に示す地殻モデルを用いて本諸手法の妥当性の確認を行った。

4.1 分散曲線と固有モードの計算

図1に2.2に示した方法による表面波の位相速度と群速度の分散曲線を示す。図2は、1 Hzの時の特性関数で、○が位相速度に

相当する。ここでは特性関数の絶対値（実線）を用いて、その振幅が0になるところを位相速度としている。図に見られるように振動数が大きくなると固有モードの数が増大し、特に各層の剪断波速度より少し大きな所に近傍に集中する。従って位相速度を求めるアルゴリズムには、この部分にはより細かな分割数を用いている。図3には1 Hzの時の深さ50 kmまでの変位と応力のモード形を示す。低次モードでは表層付近に、高次になるほど深い層まで振幅が分布している。当然ながら、応力は地表面では0となる。

4.2 グリーン関数の計算

表1の地盤モデルと表2に示す震源モデルと観測点位置を用いて、グリーン関数の計算を行う。表のX方向が北、Yが東に相当し、振動数は1 Hzまで計算している。まず手法のチェックとして、図4に観測点が地表面にある場合の本手法とSaikiaのプログラムを

用いた結果の比較を示す。Saikia⁹⁾は Propagator Matrix として Haskell 法を改良した Compound Matrix 法を用い、波数積分法は Frequency - Wavenumber 積分法と1次 Filon 法を組み合わせ用いている。図4に示されるように両者の結果は非常に良く一致している。但し、子細に見ると後続波形部分に少し位相のずれ

表1：本研究で用いる地殻構造モデル

密度(g/cm ³)	P波速度(m/sec)	Qp	S波速度(m/sec)	Qs	厚さ(m)
2.50	3900.0	100.0	2200.0	50.0	2500.0
2.60	5100.0	200.0	2700.0	100.0	1000.0
2.70	6000.0	300.0	3500.0	150.0	12500.0
2.90	6800.0	500.0	3800.0	250.0	16000.0
3.10	7600.0	500.0	4250.0	250.0	-

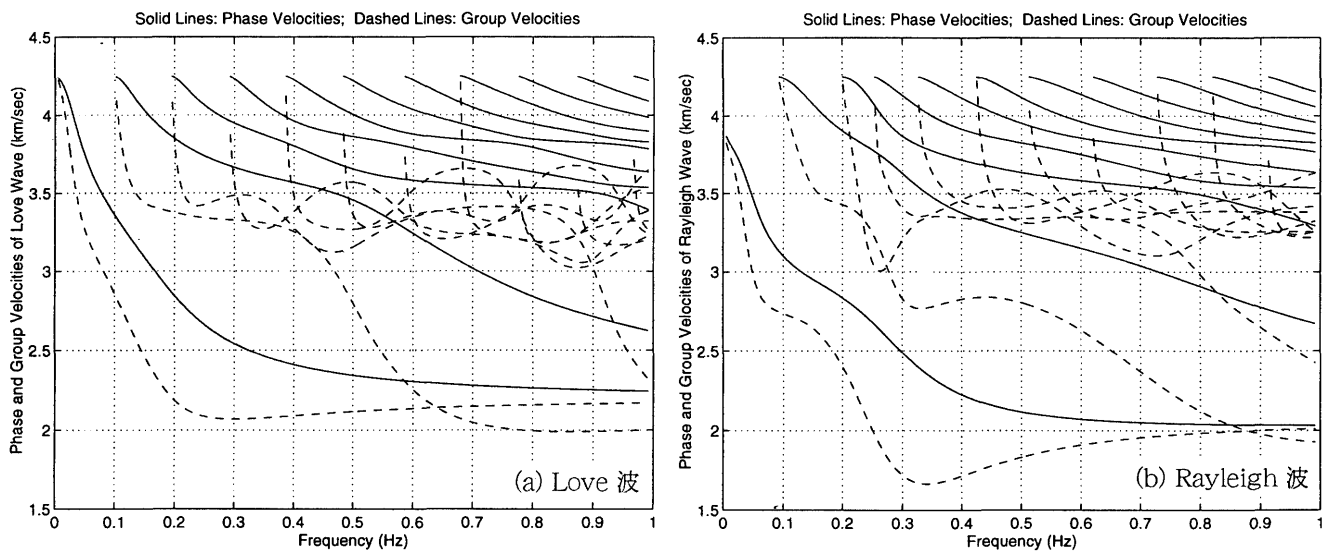


図1：Love波とRayleigh波の分散曲線（実線：位相速度、破線：群速度）

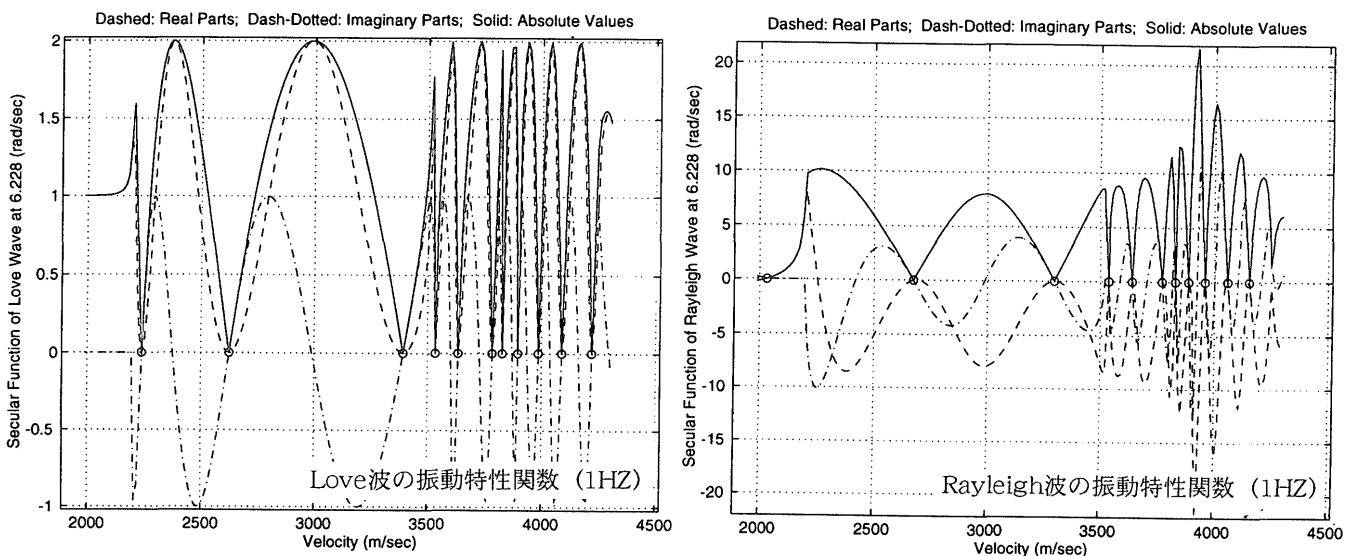


図2：振動数が1 Hz時の振動特性関数（実線：絶対値、破線：実数、一点鎖線：虚数、○：極）

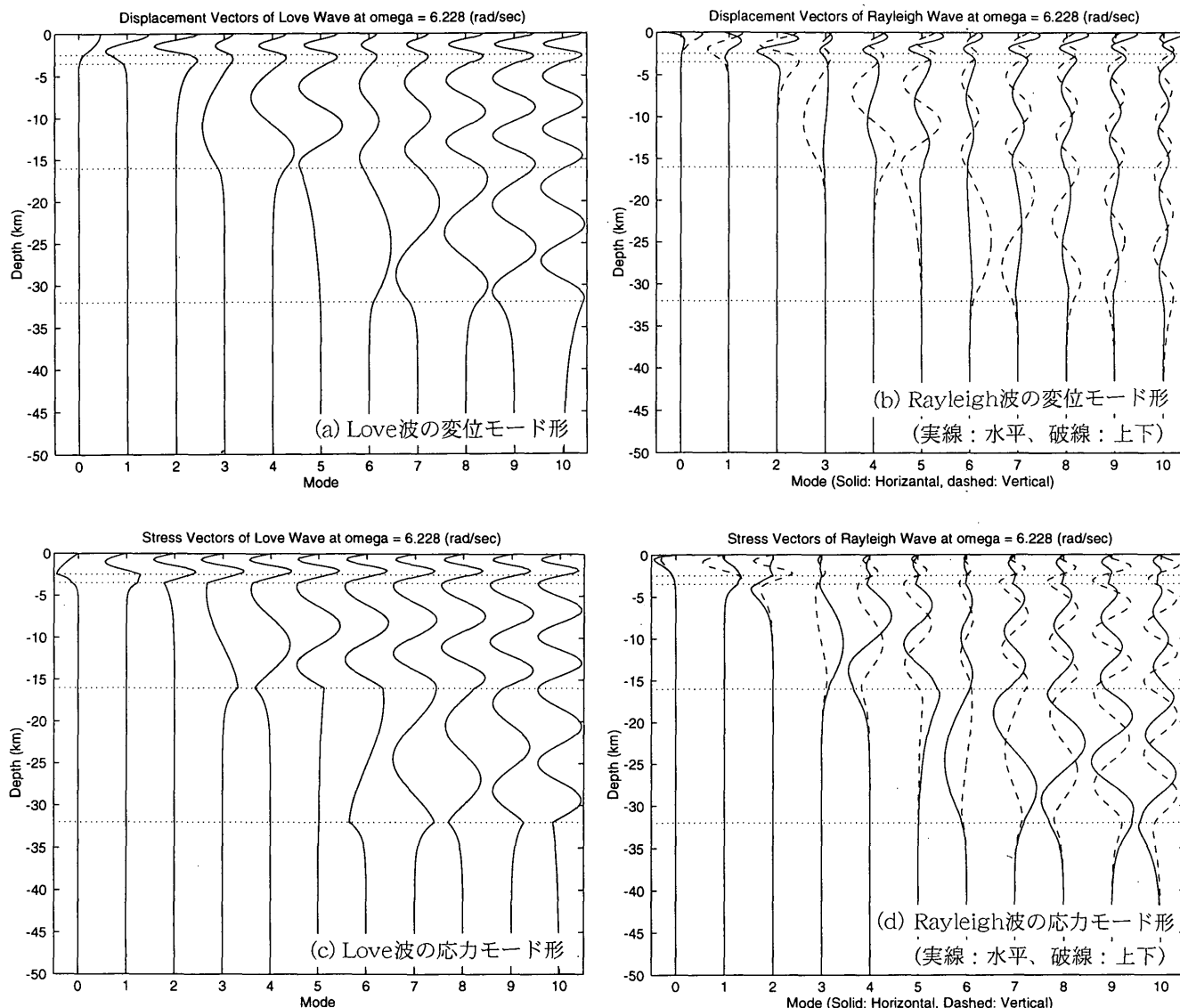


図3：振動数が1HZ時の各次の変位及び応力のモード形（図中、水平の破線は層の境界を示す）

表2：本研究で用いる点震源モデルのパラメータと観測点位置

震源位置(x, y, z : m)	地震moment(dyne*cm)	strike角(度)	dip角(度)
(0, 0, 1000)	5.0e+23	220	50

rake角(度)	rise time(sec)	観測点位置(x,y : m)	観測点深さ(m)
20	0.4	(17430.0, -199239.0)	0, 990, or 1010

が見られ、またSaikiaの結果には波形の尾部のノイズが見える。これは2.3に述べたようにPhinney法¹⁸⁾に起因すると考えられる。因みに演算時間は、日立のワークステーション3050RXを用いてSaikiaでは波形を得るのに約20秒、本手法では約100秒であり、Saikiaの方が5倍程度早い。すなわち計算時間に関してはPhinney法は積分点を大きく減らせるため有効である。

後続波の精度、及び観測点深さが震源深さにごく近い場合の精

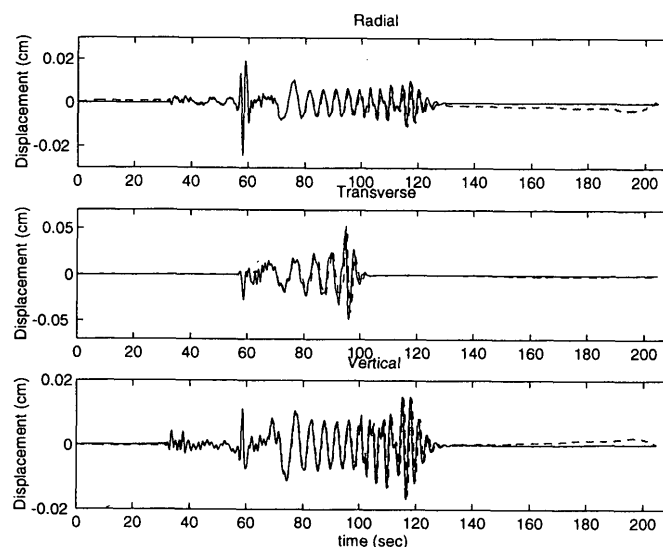


図4：本手法によるグリーン関数（実線）とSaikiaによる関数（破線）の比較

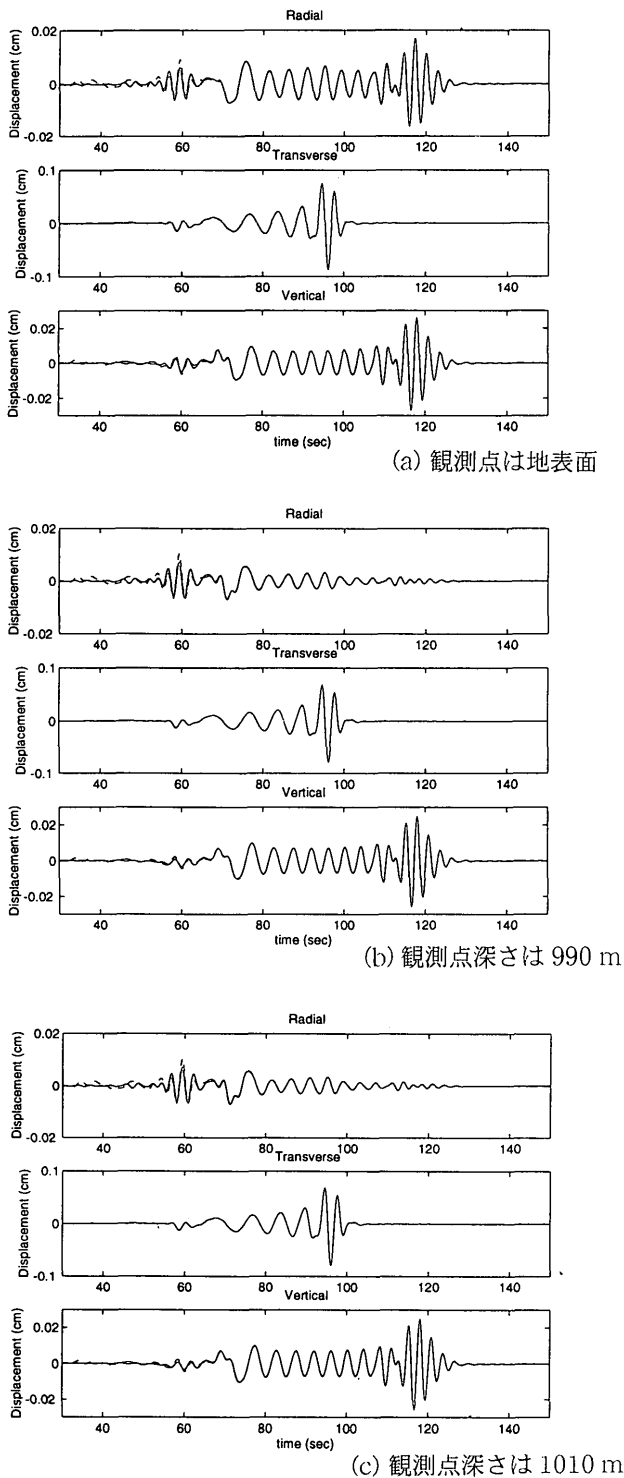


図5：本手法によるグリーン関数（実線）と Harkriderによる正規モード解（破線）の比較

度をチェックするため、Harkrider¹⁰⁾のアルゴリズムで正規モード解を計算して比較する。但し、HarkriderはHaskell法を用いており、高振動数で解が数値的に発散してしまうため、振動数は0.488 HZまで落としている。Q値は表1の全層で100として、正規モード解には文献¹⁷⁾の(7.93)式を用いる。図5に本手法による結果と正規モード解による結果を示す。このうち(b)と(c)は、観測点深さ

が震源深さの1000mに比べ、10m浅い場合と深い場合である。どの結果も、実体波に相当する初動部分を除き、両手法による結果は完全に一致している。従って、本手法による結果の妥当性は実証されたと考えられる。

4.3 グリーン関数ライブラリーとSpline補間によるグリーン関数の空間的補間

2.5で述べたように、cubic-spline法を用いてグリーン関数を空間的に補間することを試みる。ここではライブラリーのベースとなるグリーン関数のグリッド間隔が、どの程度の波長間隔であれば、精度良く補間できるかを調べる。

図6に使用するモデルを示す。傾斜角が90度の2.2 km × 2.2 kmの平面に矩形のグリッドを置き、厳密に計算したグリーン関数とspline補間による関数との比較を図7に示す。観測点は平面の対角線上に採る。図7の破線は、最上層内で最小周期1秒の1/8波長に相当するグリッド間隔(275m)で計算した厳密なグリーン関数、実線はspline補間による関数である。図7(a)の実線は、2.2km間隔グリッド(すなわち最上層内で最短周期1秒の1波長に相当し、図で△の付いている場所)でグリーン関数を計算し、その間の275m間隔の波形をspline補間した波形である。破線の厳密解と比べると長周期の波は良く再現されているが、短周期波は全く再現されず、最大振幅も過小に評価されている。次に図7(b)の実線は、1.1km間隔グリッド(すなわち最小周期1秒の1/2波長に相当し、図で△の付いている場所)でグリーン関数を計算し、その間を補間した波形である。図7(a)に比べ、補間波形は改善されており、実用上はこの程度の荒いグリッド間隔でも支障はなさそうである。但し、仔細にみると短周期波形の振幅を過小評価している。最後に図7(c)の実線は、0.55km間隔グリッド(すなわち最小周期1秒の1/4波長に相当し、図で△の付いている場所)でグリーン関数を計算し、その間を補間した波形である。破線の厳密な波形と完全に一致していることが分かる。すなわち、cubic-spline補間を用いてグリー

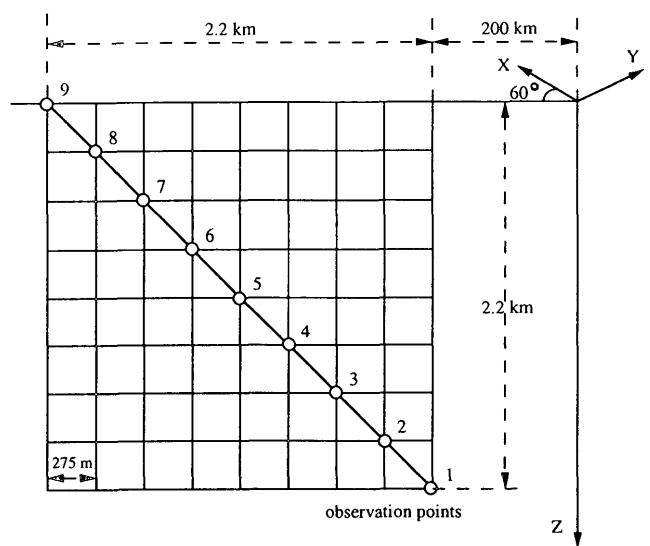


図6：Spline補間を用いたグリーン関数の補間をチェックするために用いる観測点位置

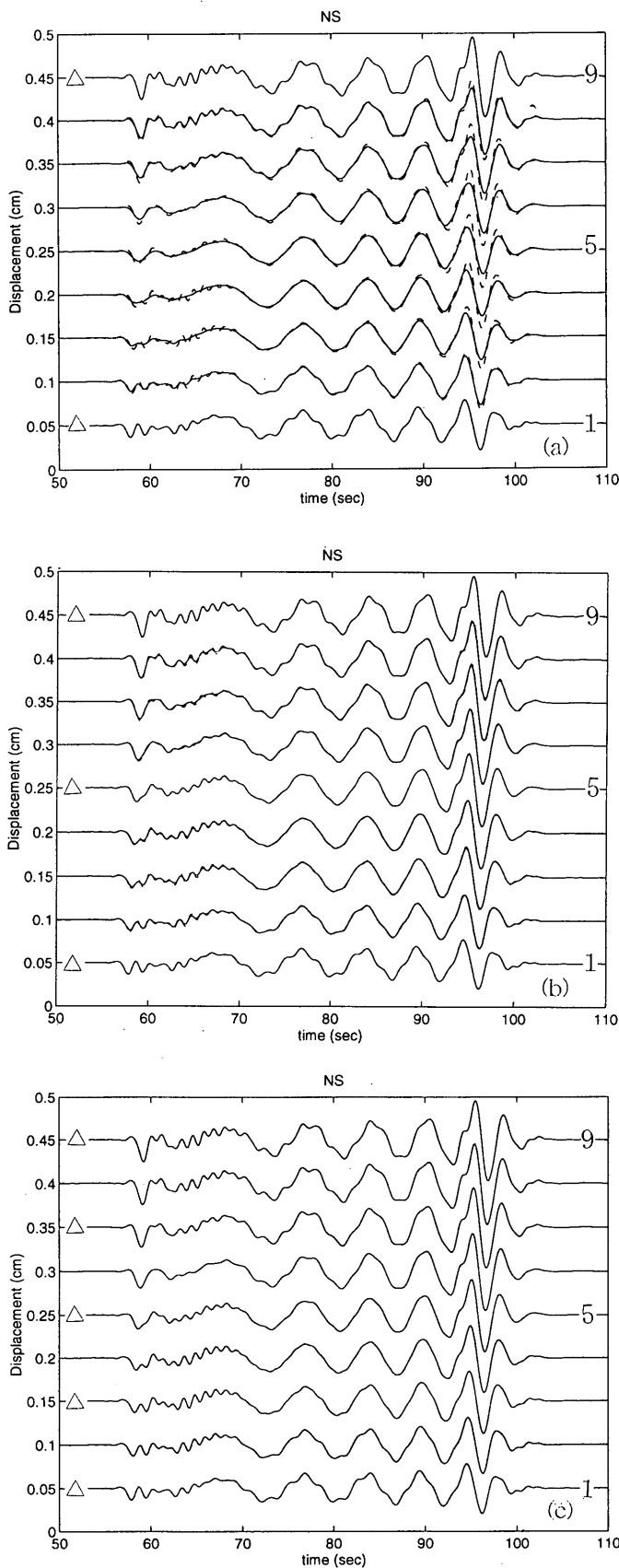


図7：Spline補間を用いたグリーン関数の補間のチェック
 (図中、破線は厳密なグリーン関数、実線は補間関数、
 △はベースとなるグリーン関数の位置)

ン関数を補間して計算する場合、ベースとなるグリーン関数のグリッド間隔は、最小周期の1/4波長で充分である。

5. 結論

本論文では、成層地盤のグリーン関数を計算するHisadaの方法をさらに発展させ、正規モード解計算への応用、正規モード解及び高次 Filon 積分を利用した波数積分の高速化、大量のグリーン関数を計算するためにcubic-spline法を用いた補間法、などを提案し、その諸手法のチェックを行った。その結果、1) 本手法がR/Tマトリックス法を用いているため、分散曲線やモード形なども高振動数まで安定して計算すること、2) 観測点深さが震源深さに近い場合にも、精度良いグリーン関数が計算されること、3) 最小周期の1/4波長のグリッド間隔でベースとなるグリーン関数を計算しておけば、spline補間によって精度良いグリーン関数が計算されること、などが明らかになった。また本研究で使用したソースコードは、研究用にすべてインターネットにて公開した。

謝辞

R/Tマトリックス法のグリーン関数と正規モード解への応用は、著者が南カルフォルニア大学に滞在中、X. Chen 氏 (現、北京大学) から助言を頂き、プログラム化を行いました。C. Saikia 氏 (Woodward Clyde 社) にはグリーン関数計算のプログラム使用を許可して頂き、使用に際しては佐藤俊明氏 (清水建設) と共に助言を頂きました。また吉田一博氏 (清水建設) 及び査読者には貴重なご意見を頂きました。本研究の一部は、米国NSF (contract Num. ACS-9318163) と Southern California Earthquake Center (NSF Num. EAR - 8920136 and USGS Num. 14-08-0001-A0899)、平成8年度文部省科研費奨励研究、及び工学院大学総合研究所プロジェクト研究によって補助を頂きました。

参考文献

- 1) 瀬川一博、竹中博士：総合報告：近地地震波の伝播に関する理論、地震2、Vol.42, pp.391-403, 1989
- 2) Hisada, Y., K. Aki and T.L. Teng : 3-D simulations of surface wave propagation in the Kanto sedimentary basin, Japan (Part 2: Application on the surface wave BEM), Bull. Seism. Soc. Am., Vol.83, No.6, pp.1700 - 1720, 1993.
- 3) Hisada, Y : An efficient method for computing Green's functions for a layered half-space with sources and receivers at close depths, Bull Seism. Soc. Am., Vol.84, pp.1456 -1472, 1993.
- 4) Hisada, Y : An efficient method for computing Green's functions for a layered half-space with sources and receivers at close depths (Part 2), Bull. Seism. Soc. Am., Vol.85, pp.1080-1093, 1995
- 5) Hisada, Y. : Reply to comments on "An efficient method for computing Green's functions for a layered half-space with sources and receivers at close depths" by Roy J. Greenfield, Bull. Seism. Soc. Am., Vol85, No.5, pp.1525-1526, 1995.

- 6) Luco, J. E. and R. J. Apsel (1983). On the Green's functions for a layered half-space. Part 1, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.73, pp.909-929, 1983.
- 7) Kennett, B. L. N. and N. J. Kerry. : Seismic waves in a stratified half space, Geophys. J. R. astr. Soc., Vol.57, pp.557-583, 1979.
- 8) 源栄正人、菅原 長、永野正行:3次元成層地盤におけるMoving Green's Functionの基本的検討、日本建築学会 構造系論文集、第462号、pp.51-60, 1994
- 9) Saikia, C. K. : Modified frequency-wavenumber algorithm for regional seismograms using Filon's quadrature: modeling of Lg waves in eastern North America, Geophys. J. Int., Vol.118, pp.142-158, 1994.
- 10) Harkrider, D. G. : Surface waves in multilayered elastic media; Rayleigh and Love waves from buried sources in a multilayered elastic half-space, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.54, pp.627-679, 1964
- 11) 野島 治、田治見 弘、市川修三 : 建物と地盤との動的相互作用に関する研究、竹中工務店技術研究所、第9号、pp.38-51, 1973.
- 12) Apsel R. J. and J. E. Luco. On the Green's functions for a layered half-space. Part 2, Bull. Seism. Soc. Am., 73, 931-951, 1983.
- 13) Chang, S : Complete wavefield modeling and seismic inversion for lossy-elastic layered half-space due to surface force, Doctor of Philosophy, University of Southern California, 1988.
- 14) Greenfield, R.J. : Comments on "An efficient method for computing Green's functions for a layered half-space with sources and receivers at close depths" by Y. Hisada, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.85, No.5, pp.1523-1524, 1995.
- 15) Kerry, N.L. : Synthesis of seismic surface wave, Geophys. J. R. astr. Soc., Vol.33, pp.983-993, 1981.
- 16) Chen, X. : A systematic and efficient method of computing normal modes for multilayered half-space, Geophys. J. Intrn., Vol.115, pp.391-409, 1993.
- 17) Aki, K. and P. G. Richards : Quantitative Seismology, Theory and Methods. Vol. 1, W. H. Freeman and Company, 1980.
- 18) Phinney, R.A. : Theoretical calculation of the spectrum of first arrivals in layered elastic media, J. Geophys. Res., Vol.70, pp.5107-5123, 1965.
- 19) 森口繁一、宇田川桂久、一松 信 : 数学公式3 (特殊関数)、岩波全書、1959.
- 20) Abramowitz M. and I. A. Stegun : Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series, No. 55, 1964
- 21) Wald, T. H. Heaton, and K. W. Hudnut : The Slip History of the 1994 Northridge, California, Earthquake Determined From Strong-Motion, Teleseismic, GPS, and Leveling Data, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.86, No.1, Part B, 49-70, 1996
- 22) Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. R. Flannery : Numerical Recipes in Fortran, 2nd Edition, Cambridge University Press, 1992.

(1997年1月6日原稿受理, 1997年6月24日採用決定)