・**粘性境界の定式化**

粘性境界は､波動の入射エネルギを境界における粘性応力によって吸収するものである。これは地盤と有限化して扱う場合の境界に入射する振動エネルギを吸収するような境界応力として粘性応力を用いる方法である。すなわち、半無限境界上では応力に対してつりあいの式が成立する。今、**図** 1 に示されるように y 軸に平行な半無限境界を考えると、縦波については x 軸方向に引っ張りおよび圧縮が生じるため応力の x 成分に対するつりあいの式が成立し、横波についてはせん断が生じるため応力の xy 成分に対するつりあいの式が成立する。これを式で表すと以下の通りである。

$$\begin{cases} \sigma_x = d_p \dot{\varepsilon}_x \\ \sigma_{xy} = d_s \dot{\varepsilon}_{xy} \end{cases} \qquad \text{式 1}$$

ここで、

σ_x, σ_{xy} ：媒体中応力 x,xy 成分
d_p, d_s ：半無限境界要素中の縦波および横波粘性係数
$\dot{\varepsilon}_x, \dot{\varepsilon}_{xy}$ ：半無限境界要素中のひずみ速度 x,xy 成分
媒体中の応力－ひずみ関係式：

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \qquad \text{式 2}$$

縦波が入射する際、$\varepsilon_y = \varepsilon_{xy} = 0$ と仮定すると、式 1 に式 2 を代入すると、以下の式が成立する。

$$(\sigma_x =) C_{11}\varepsilon_x = d_p \dot{\varepsilon}_x \qquad \text{式 3}$$

また、境界上では、入射波と反射波が重なり合うため、境界上のｘ方向ひずみとひずみ速度の関係は以下の式で表せる。

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \varepsilon_{1x} + \varepsilon_{2x} \\ \dot{\varepsilon}_x = -C_p \dfrac{\partial f_x(X_1)}{\partial \times 1} + C_p \dfrac{\partial f_x(X_2)}{\partial x_2} \end{cases} \quad \text{式 4}$$

ここで、

入射波伝播 $X_1 = x - C_p t$
反射波伝播 $X_1 = x + C_p t$
入射波によるｘ方向ひずみ成分：$\varepsilon_{1x} = f_x(x - C_p t)$
反射波によるｘ方向ひずみ成分：$\varepsilon_{2x} = f_x(x + C_p t)$
C_p:縦波速度

また、ひずみは半無限境界要素内の伝播に伴って、指数関数的に減衰するとすると $f_x(X)$ は以下の式で表される。

$$f_x(X) \propto \exp\{-X/\alpha\}$$

$$\frac{\partial f_x(X)}{\partial X} = -f_x(X)/\alpha = -\varepsilon_x/\alpha \quad \text{式 5}$$

ここで、α：任意定数

式５を式４に代入すると、境界上のｘ方向ひずみとひずみ速度の関係を以下の式の通り表せる。

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \varepsilon_{1x} + \varepsilon_{2x} \\ \dot{\varepsilon}_x = C_p/\alpha\varepsilon_{1x} - dC_p\varepsilon_{2x} \end{cases} \quad \text{式 6}$$

式６をつりあいの方程式、式１に代入すると以下のようになる。

$$C_{11}(\varepsilon_{1x} + \varepsilon_{2x}) = d_p(dC_p\varepsilon_{1x} - dC_p\varepsilon_{2x}) \quad \text{より、}$$

$$\{C_{11} - d_p C_p/\alpha\}\varepsilon_{1x} + \{C_{11} + d_p C_p/\alpha\}\varepsilon_{2x} = 0 \quad \text{式 7}$$

半無限境界では、反射波を消滅させる必要があるため、$\varepsilon_{2x} = 0$ となり、式７より縦波の粘性係数は以下の式で表される。

$C_{11} - d_p C_p / \alpha = 0$　より、

$$\therefore d_p = \alpha \frac{C_{11}}{C_p} = \alpha \rho C_p \qquad \text{式 8}$$

ここで、

縦波速度： $C_p = \sqrt{\dfrac{C_{11}}{\rho}}$ 、密度： ρ

横波粘性定数についても縦波の場合と同様に計算を行うと、以下の式を得る。

$$\therefore d_S = \beta \rho C_S \qquad \text{式 9}$$

ここで、

横波速度： $C_s = \sqrt{\dfrac{C_{33}}{\rho}}$ 、密度： ρ

なお、ここで示される α 、 β は減衰深さを表す定数であり、波動エネルギの反射が最小になるように決定される。

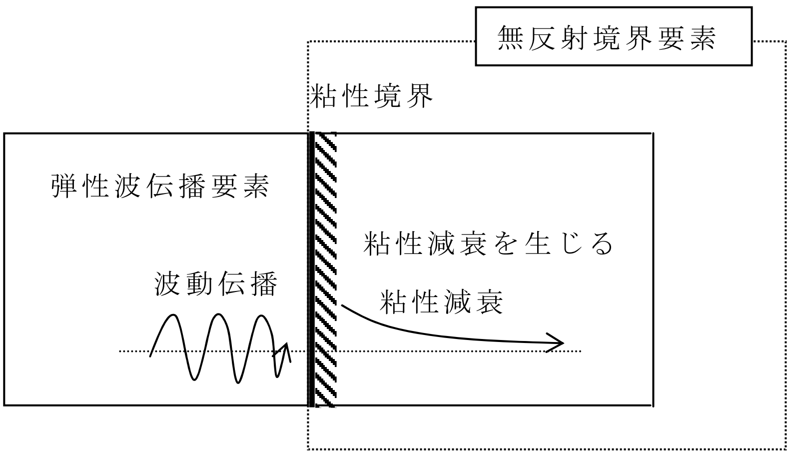

図 1　半無限境界要素（粘性境界要素）の概念図

・**減衰マトリクスの定式化**

GeoWAVE における運動方程式は以下の式である。

$$[M]\{\ddot{u}\}+[C]\{\dot{u}\}+[K]\{u\}=\{P\}$$

質量比例型減衰は式１０に表すように、質量マトリクスに定数を掛けた定式化となる。

$$[C]=[C_\xi]=a[M] \qquad \text{式 } 10$$

$$[M]=\rho\int_V N_i^T N_j dV=\frac{\int_V N_i^T N_i dV}{\sum_{n=1}^{8}\int_V N_n^T N_n dV}\cdot\rho\cdot\Delta V \qquad \text{式 } 11$$

$$\left(\quad a=\frac{2\pi f_0}{Q}\text{、}\ Q_P=Q_S=Q\ \right)$$

ここに、$[C_\xi]$：質量比例型減衰マトリクス、$[N]$：形状関数マトリクス、f_0：減衰中心周波数、Q：P 波、S 波に対して共通に使用する Q 値、ρ：密度を表す。

・震源モデルの導入方法

断層運動を等価なダブルカップル力の和で表わすために、式１２に示される震源モーメントテンソルを導入する。ここで、同式で使用されているパラメータを図２に示す。これより震源モーメントテンソルは、震源の大きさを表わす震源モーメント、断層のすべり方向を表わす、strike,dip,rake の角度パラメータで表現されており、震源モーメントテンソルの導入により、任意の断層運動を表現できることがわかる。

$$\begin{bmatrix} M_{xx} & M_{xy} & M_{xz} \\ M_{xy} & M_{yy} & M_{yz} \\ M_{xz} & M_{yz} & M_{zz} \end{bmatrix}$$ ：震源モーメントテンソル

$$\begin{aligned}
M_{xx} &= M_0\left(-\sin\delta\cdot\cos\lambda\cdot\sin(2\phi)+\sin(2\delta)\cdot\sin\lambda\cdot\cos^2\phi\right)\\
M_{yy} &= M_0\left(\sin\delta\cdot\cos\lambda\cdot\sin(2\phi)+\sin(2\delta)\cdot\sin\lambda\cdot\sin^2\phi\right)\\
M_{zz} &= -\left(M_{xx}+M_{yy}\right)\\
M_{xy} &= -M_0\left(\sin\delta\cdot\cos\lambda\cdot\cos(2\phi)+\frac{1}{2}\sin(2\delta)\cdot\sin\lambda\cdot\sin(2\phi)\right)\\
M_{xz} &= -M_0\left(\cos\delta\cdot\cos\lambda\cdot\sin\phi-\cos(2\delta)\cdot\sin\lambda\cdot\cos\phi\right)\\
M_{yz} &= M_0\left(-\cos\delta\cdot\cos\lambda\cdot\cos\phi-\cos(2\delta)\cdot\sin\lambda\cdot\sin\phi\right)
\end{aligned} \qquad \text{式 12}$$

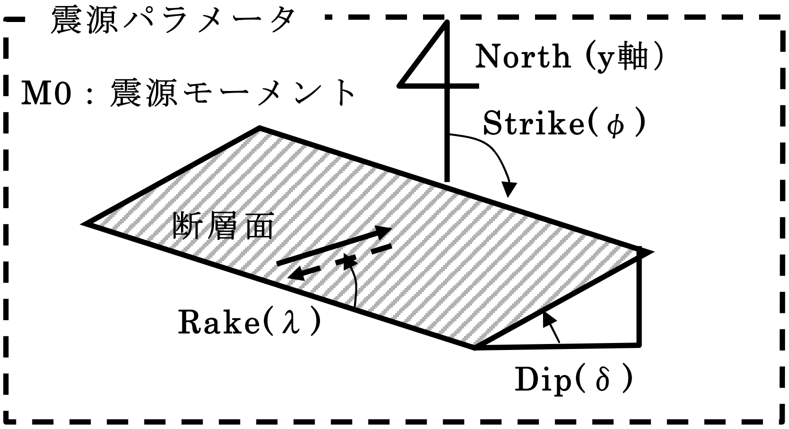

図 2　震源パラメータ

また、上記の震源モーメントテンソル力を図３に示すように有限要素法のグリッド上に導入する。

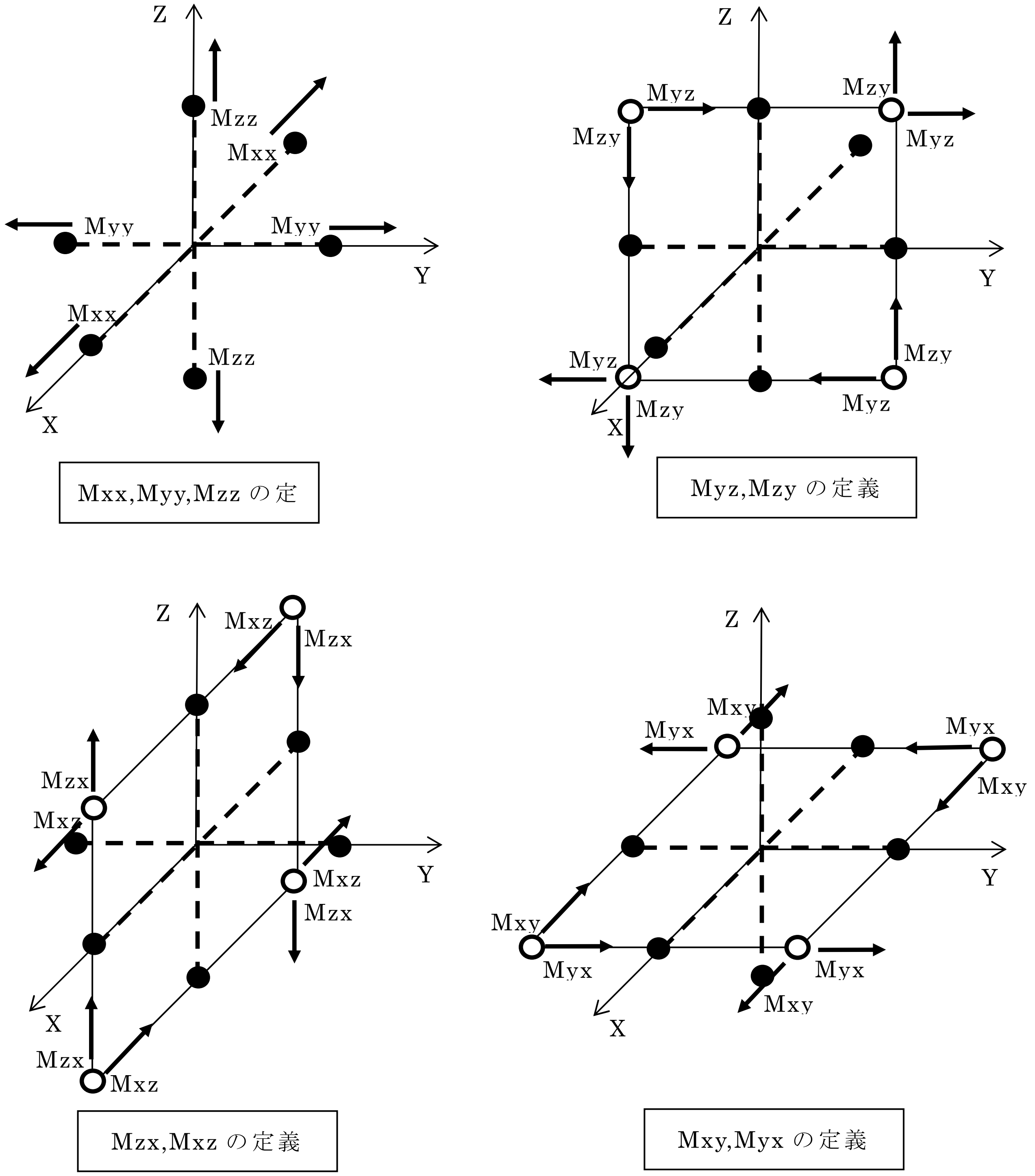

図 3　有限要素法グリッド上でのモーメントテンソル力の導入