

# 統計的グリーン関数法を用いた広帯域強震動計算における中間周波数帯の振幅の落ち込みの原因と改善法 —日本地震工学会論文集、20巻、7号、2020—

日本地震工学会・第11回社員総会  
論文賞受賞記念講演

2023年5月23日(火)  
建築会館ホール

久田嘉章(工学院大学)

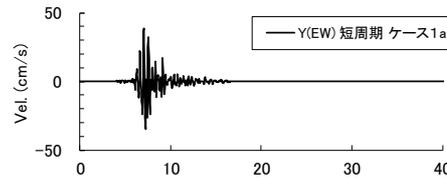
謝辞：本研究は工学院大学・総合研究所・都市減災研究センター(UDM)の助成で行われました。また3名の査読者によるコメントにより、本論文は大いに改善されましたことを記して感謝します。

## はじめに

### 広帯域強震動シミュレーションにおける振幅スペクトルの中間周波数(周期)帯の振幅の落ち込み

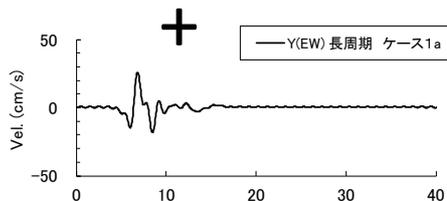
#### ① 短周期地震動

統計的グリーン関数法  
→ ランダム位相



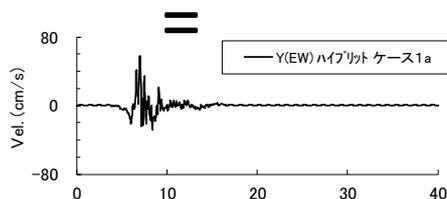
#### ② 長周期地震動

理論的手法  
→ コヒーレント位相  
(震源近傍パルス、表面波)

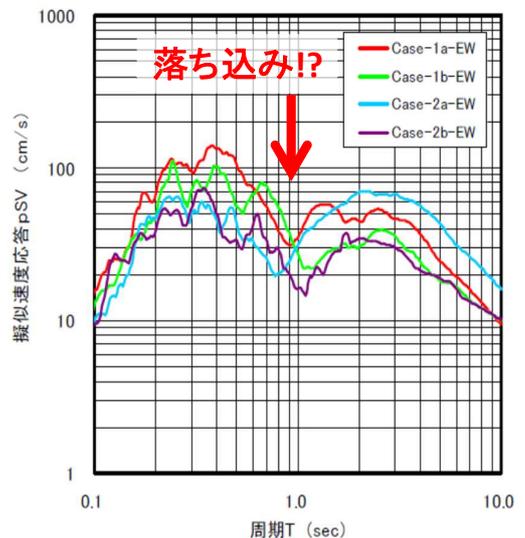


#### ③ 広帯域地震動

①と②にフィルターをかけて重ね合わせる



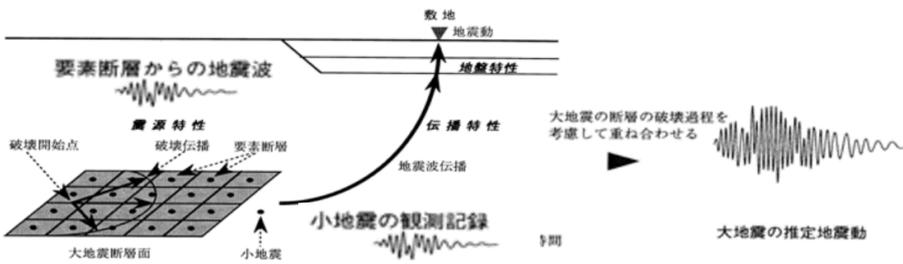
擬似速度応答スペクトル



警固断層を対象としたサイト波の作成例

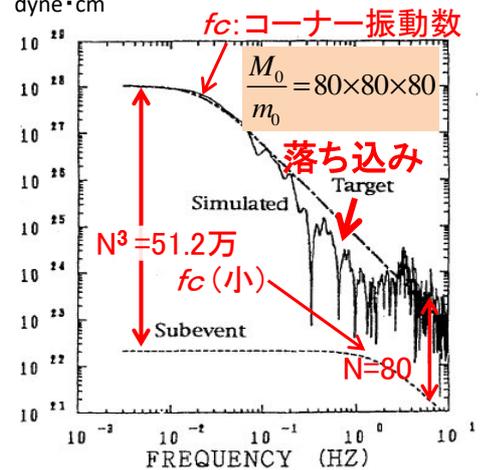
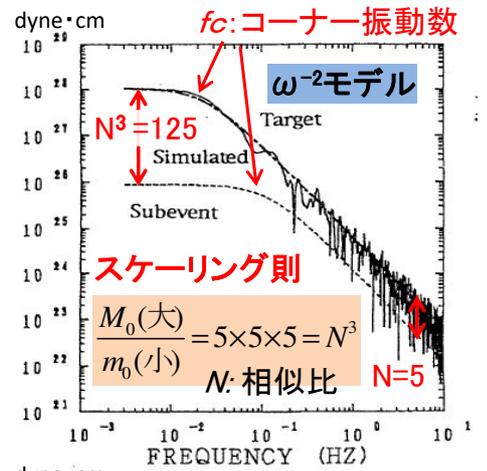
# 概要:古くて新しいテーマ

- ・経験的・統計的グリーン関数法(半経験的手法)により小地震波から大地震波を合成する際、目標とする震源スペクトル( $\omega^{-2}$ モデル)と比較すると中間周波数帯において様々な要因により振幅の落ち込みが生じる。
- ・本報告ではモデルが単純明快な統計的グリーン関数法を用い、震源スペクトルに関する様々な落ち込みの成因を4つに分類し、その原因と改善法をする。



小地震波⇒要素地震波⇒大地震波の合成

「地震動予測・地震ハザード評価手法の高度化に関する研究(防災科技研、2003) (Irikura and Kamae, 1994)



小地震と大地震の震源スペクトルと中間周波数帯の振幅落ち込み

## 本報告で使用する統計的グリーン関数法

小地震(S)と大地震(L)の震源スペクトル( $\omega^{-2}$ モデル: Brune 1070)

小地震:  $|\dot{M}_0^S(\omega)| = \frac{M_0^S}{1+(f/f_c^S)^2}$       大地震:  $|\dot{M}_0^L(\omega)| = \frac{M_0^L}{1+(f/f_c^L)^2}$

震源パラメータ・スペクトルの相似則 (Irikura 1986, 横井ほか, 1991)

地震モーメント  $\frac{M_0^L}{M_0^S} = CN^3$       震源スペクトル  $\frac{|\dot{M}_0^L(\omega)|}{|\dot{M}_0^S(\omega)|} \rightarrow \begin{cases} \frac{M_0^L}{M_0^S} = CN^3, & (f \rightarrow 0) \\ \frac{M_0^L}{N^2 M_0^S} = CN, & (f \rightarrow \infty) \end{cases}$

コーナー周波数  $\frac{f_c^S}{f_c^L} = N$

小地震から要素地震・大地震の震源スペクトル合成 (Irikura 1986他)

要素地震  $\dot{M}_0^E(\omega) = F(\omega) C \dot{M}_0^S(\omega)$       F関数の条件  $F(\omega) = \begin{cases} N, & (f \rightarrow 0) \\ 1, & (f \rightarrow \infty) \end{cases}$

大地震  $\dot{M}_0^L(\omega) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \dot{M}_{0ij}^E(\omega) e^{i\omega\{\xi_{ij}/V_r + \varepsilon_{ij}\}} = \dot{M}_0^E(\omega) \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e^{i\omega\{\xi_{ij}/V_r + \varepsilon_{ij}\}}$

ここで、 $\dot{M}_0^S(\omega), \dot{M}_0^E(\omega), \dot{M}_0^L(\omega)$ : 小地震、要素地震、大地震のmoment rate関数

$N$ : 相似比     $M_0$ : 地震モーメント     $f_c$ : コーナー周波数     $C (=1)$ : 応力降下量比  
 $\xi_{ij}$ : 震源からij要素地震までの距離     $\varepsilon_{ij}$ : ij要素地震の破壊開始時間のランダム数

# 統計的グリーン関数法で合成する大地震の震源スペクトルの振幅落ち込みに関する4種の要因

- (a) F関数による中間周波数帯での振幅の落ち込み
- (b) 低周波数と高周波数で異なる位相スペクトルを用いた波形を重ねることによる接続周波数帯での振幅の落ち込み(広周波数帯域のハイブリッド合成法を用いた場合)
- (c) 相似比Nの増大により大地震の震源スペクトルが $\omega^{-2}$ モデルから $\omega^{-3}$ モデルに漸近することによる中間周波数帯での振幅の落ち込み
- (d) 大地震の断層面上の要素地震を重ね合わせる際, 低周波数でのNの2乗倍から, 高周波数でのN倍の振幅に移行する遷移周波数帯での落ち込み

## 検証用モデル(M8クラスの巨大地震) 中小地震でも全く同じ結論を得ることを確認済み

・文献(※1,2)とほぼ同じ例題として, 1946年南海地震を想定したM8級の巨大地震である大地震の震源パラメータは,

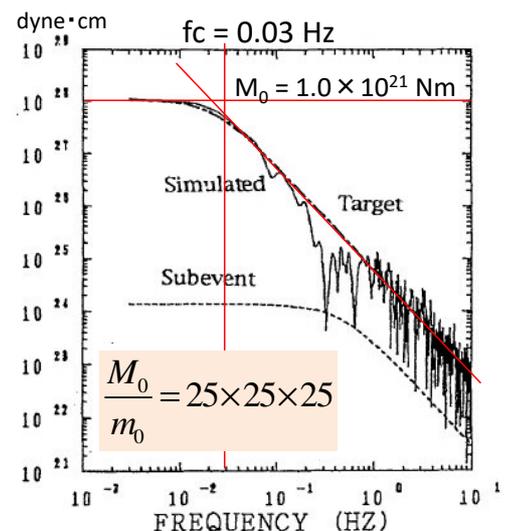
$$M_0^L = 1.0 \times 10^{21} \text{ Nm} (M_w 8.1)$$

$$f_c^L = 0.03 \text{ Hz} (T = 33.3 \text{ s})$$

$$L = W = 100 \text{ km}, V_r = 2.8 \text{ km/s}$$

$$N(\text{相似比}) = 2, 5, 25, 80 (4\text{ケース})$$

とする。破壊開始点は, 分割した要素断層のうちで最も断層面の角点に近い要素中心点とし,  $V_r = 2.8 \text{ km/s}$ で断層面上を円筒状に破壊伝播させる



小地震から大地震の震源スペクトル合成と振幅落ち込み (Irikura and Kamae, 1994)

※1 入倉孝次郎: 震源のモデル化と強震動予測, 地震, 第2輯, 第46巻, pp. 495-512, 1994.

※2 Irikura, K., Kamae, K.: Estimation of strong ground motion in broad-frequency band based on a seismic source scaling model and an empirical Green's function technique, Annali Di Geofisica, Vol. XXXVII, No. 6, pp. 1721-1743, 1994.

# (a) F関数による中間周波数帯での振幅の落ち込み

F関数(小地震から大地震の要素地震のmoment rate関数への変換関数)

① Irikura (1986) によるF関数 (δ関数+Box-car関数)

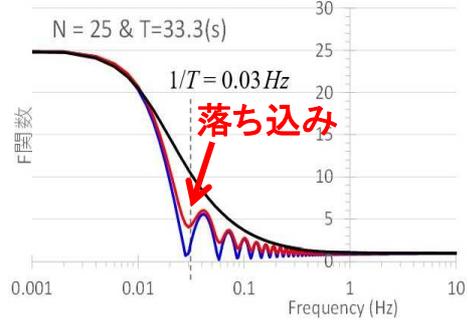
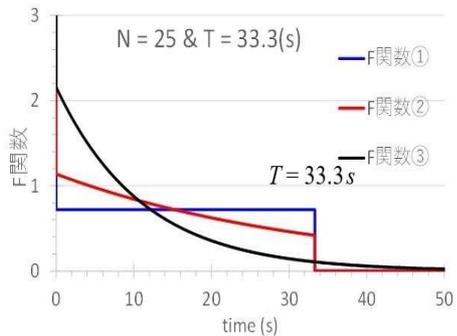
$$F(t) = \delta(t) + (N-1) \frac{B_T(t)}{T} \quad F(\omega) = 1 + (N-1) \frac{\sin(\omega T / 2)}{\omega T / 2} \exp\left(\frac{i\omega T}{2}\right)$$

② 入倉ほか (1997) によるF関数 (δ関数+修正Box-car関数)

$$F(t) = \delta(t) + \frac{(N-1)}{T} \frac{e^{-t/T}}{(1-1/e)} B_T(t) \quad F(\omega) = 1 + \frac{(N-1)}{(1-i\omega T)} \frac{(e - e^{i\omega T})}{(e-1)}$$

③ Dan et al. (1989)によるF関数 (δ関数+指数関数) → 以下の本報告で使用

$$F(t) = \delta(t) + (N-1) \frac{\alpha}{T} e^{-\alpha t/T} \quad F(\omega) = 1 + (N-1) \frac{1}{1-i\omega T/\alpha} \quad (\alpha=3 \text{ を使用})$$

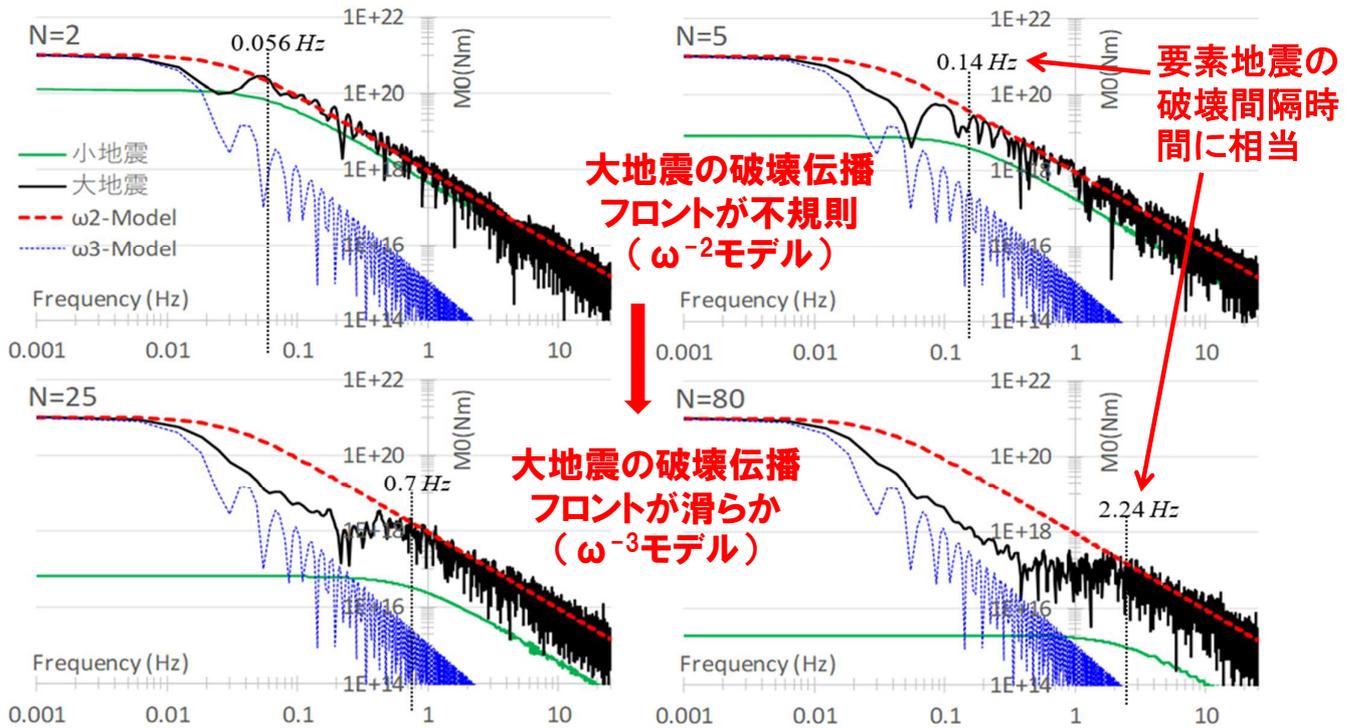


(fc=0.03 Hz, T=33.3 s, N=25の場合)

# (b) 低・高周波数で異なる位相を持つフーリエ振幅の和に起因する接続周波数帯における震源スペクトル振幅の落ち込みと改善法 -Hisada (J. Seimology 2008)によるHybrid統計的グリーン関数の例-

<p><b>高振動数</b></p> <p>moment関数 Moment Rate Func. (Far Dis) McM<sub>0</sub>S=1に できない!</p> <p>ランダム位相 moment rate &amp; moment</p>	<p>遠方の加速度波相当</p> <p>Boore型包絡関数 m-rateの2回微分</p>	<p>振幅スペクトル(0位相)</p> <p>理論 計算(実部) 計算(虚部) 計算(絶対)</p> <p>震源スペクトル</p>	<p>0位相 - 接続周波数 ランダム</p> <p><b>ハイブリッド</b></p> <p>High-Cut Low-Cut</p> <p>Filter(High&amp;Low Cut)</p>
<p><b>低振動数</b></p> <p>moment関数 Moment Rate Func. (Far Dis) N=25, fc<sup>S</sup>=1.25 Hz T<sup>S</sup>=0.8 s, (M<sub>0</sub>S=1)</p> <p>0位相 moment rate &amp; moment</p>	<p>遠方の加速度波相当</p> <p>m-rateの2回微分</p>	<p>ω<sup>-2</sup>モデル 振幅スペクトル(0位相)</p> <p>理論 計算(実部) 計算(虚部) 計算(絶対)</p> <p>震源スペクトル</p>	<p><b>落ち込み</b></p> <p>理論 計算(実部) 計算(虚部) 計算(絶対)</p> <p>震源スペクトル</p> <p>単純和⇒位相差で落ち込み</p>
<p><b>改良法</b></p> <p>0位相 ランダム位相</p> <p>位相スペクトル(初期値)</p>	<p><b>収束計算</b></p> <p>moment rate &amp; moment</p>	<p>遠方の加速度波相当</p> <p>Boore型包絡関数 m-rateの2回微分</p>	<p>ω<sup>-2</sup>モデルで振幅補正</p> <p>理論 計算(実部) 計算(虚部) 計算(絶対)</p> <p>接続周波数帯 震源スペクトル</p>

### (c) 小地震と大地震の相似比Nの増大による $\omega^{-3}$ モデルへの漸近化による中間周波数帯における震源スペクトル振幅の落ち込み



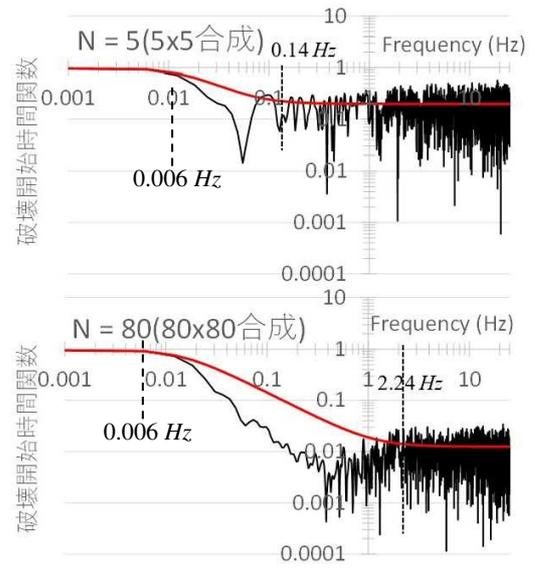
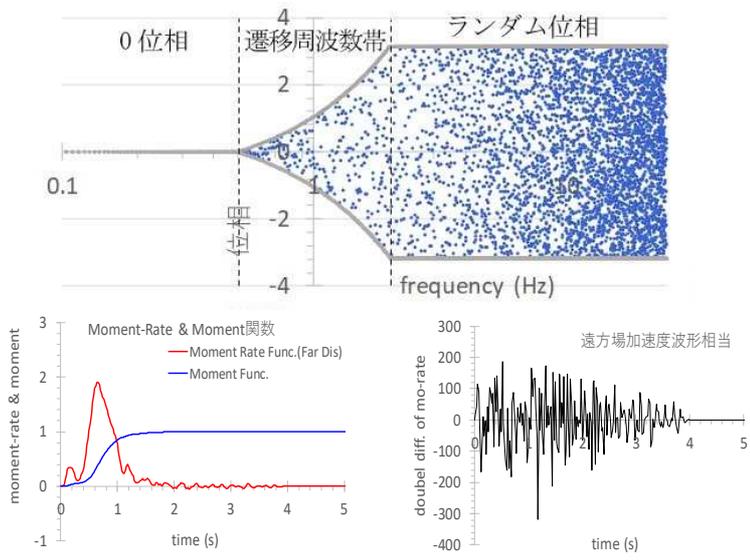
- ・要素地震の破壊開始時間間隔に相当する卓越周波数 (=  $Nv_r/L = Nv_r/W$  Hz) を表示
- Nが大きいと、中間周波数帯で $\omega^{-3}$ モデルに漸近し、振幅が大きく落ち込む
- 改善法は提案: フラクタル震源 (Irikura and Kamae 1994)、クラックモデル (野津 2004)
- Nが小さくても、この卓越周波数より低い周波数帯で振幅が落ち込む

### (d) 低周波数でコヒーレント位相、高周波数でランダム位相の要素地震から大地震に合成する際の遷移周波数帯における震源スペクトル振幅の落ち込み

要素地震から大地震の合成 
$$\left| \dot{M}_0^L(\omega) \right| = \left| \dot{M}_0^E(\omega) \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e^{i\alpha(\xi_{ij}/V_r + \varepsilon_{ij})} \right| = \left| \dot{M}_0^E(\omega) \right| N^2 F_{RT}(\omega)$$

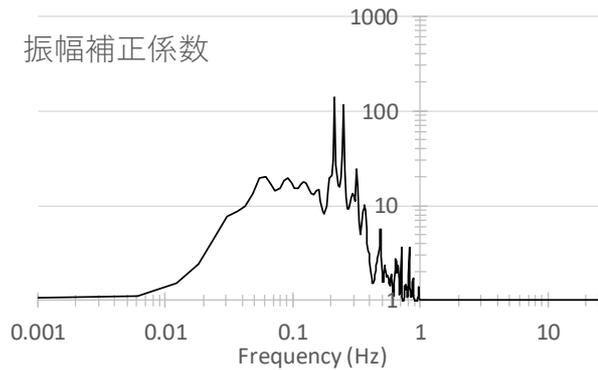
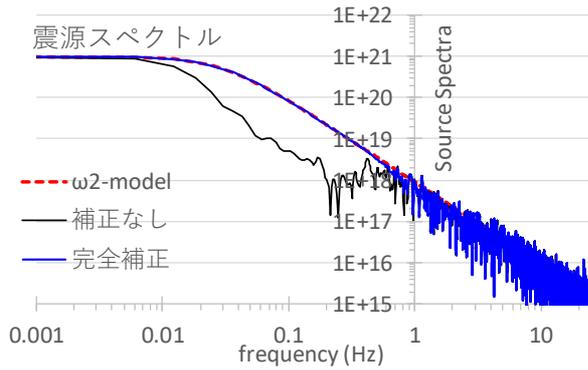
破壊開始時間関数 ( $F_{RT}$ ) とその実効値

$$F_{RT}(\omega) = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N e^{i\alpha(\xi_{ij}/V_r + \varepsilon_{ij})}}{N^2} \quad \{F_{RT}(\omega)\}_{rms} \approx \begin{cases} 1 & (\text{時間項が全要素で共通, 低周波数}) \\ 1/N & (\text{時間項が各要素でランダム, 高周波数}) \end{cases}$$



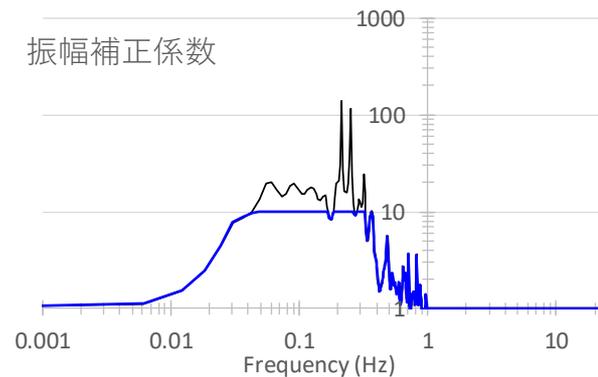
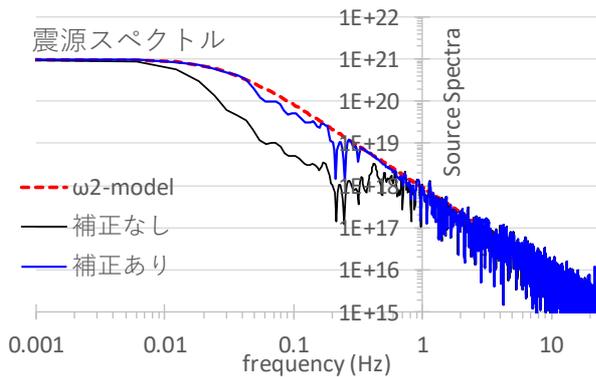
コヒーレント(低振動数)とランダム位相(高振動数) 遷移周波数帯域の振幅の落ち込み

# 改善法：大地震の震源スペクトルの落ち込みの $\omega^{-2}$ モデルによる振幅補正(N=25の例)



大地震の震源スペクトル (補正なしと補正あり)

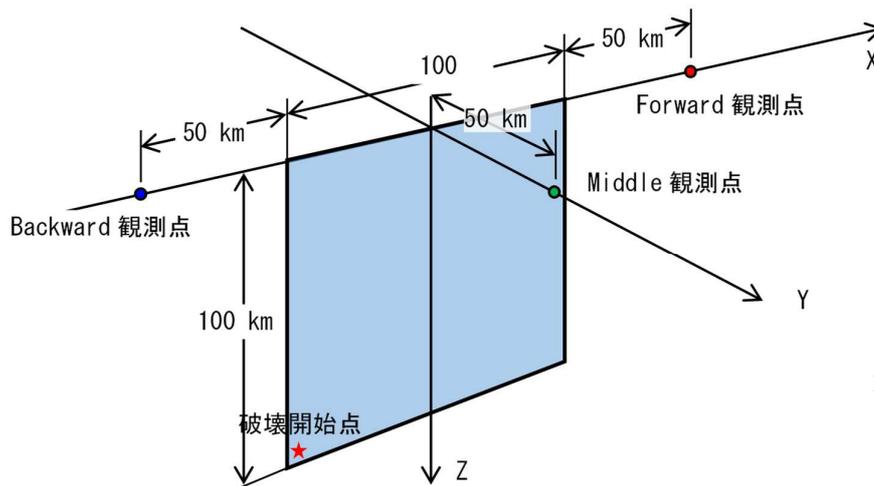
振幅補正係数 (1 Hz以下)



大地震の震源スペクトル (補正なしと修正補正あり)

修正した振幅補正係数 (上限値10倍)

## 大地震の震源スペクトルの落ち込みの振幅補正による改善法と強震動の計算



地盤:  $V_s = 3.2 \text{ km/s}$   
 $\rho = 2.8 \text{ t/m}^3$

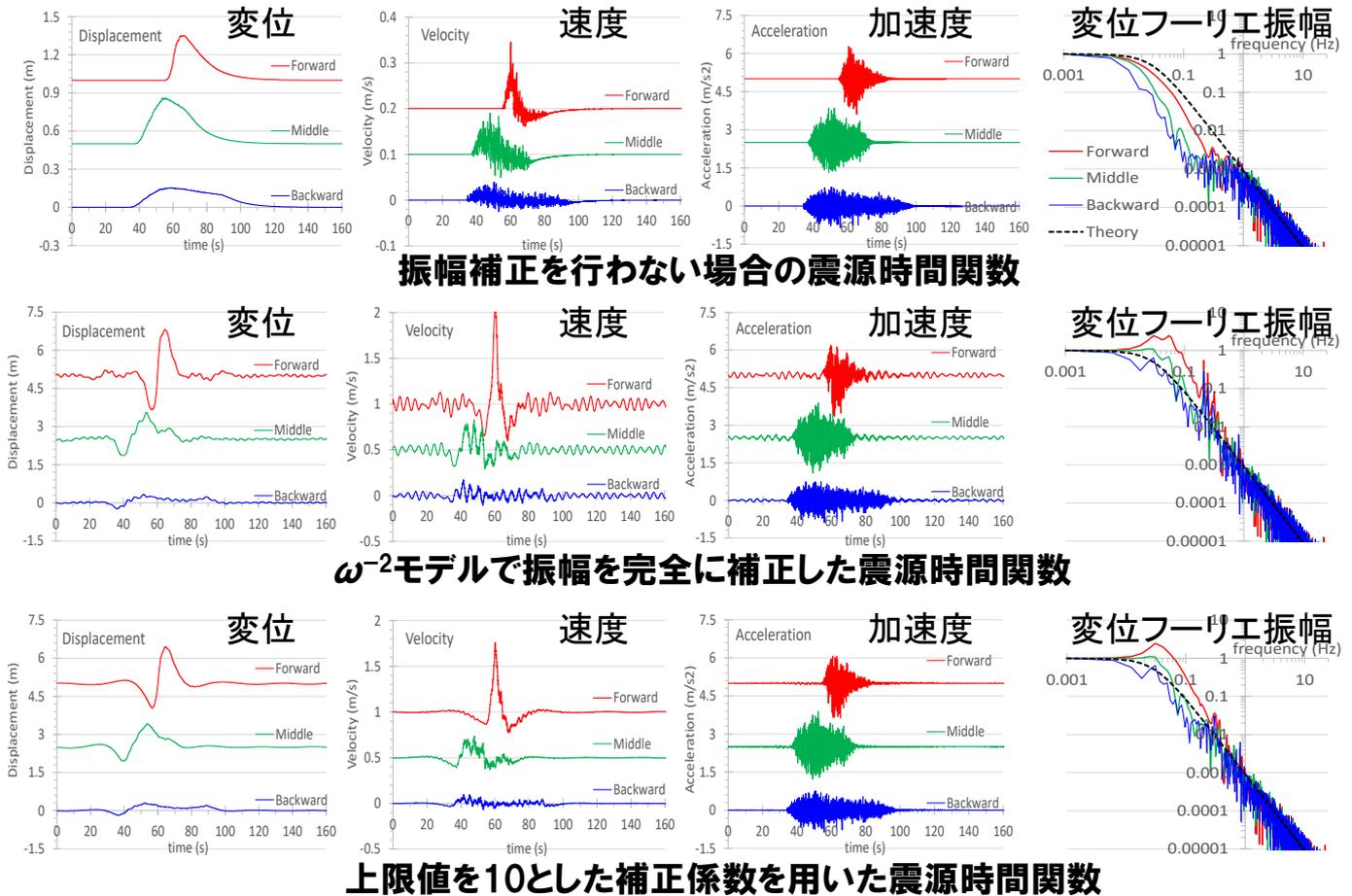
統計的グリーン関数法による大地震の地震動の合成 (遠方近似S波)

$$U^L(\omega) = \frac{F_s R_k}{4\pi\rho V_s^3} \dot{M}_0^E(\omega) \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{r_{ij}} e^{i\omega\{\xi_{ij}/V_r + \epsilon_{ij} + r_{ij}/V_s\}} e^{-\omega r_{ij}/2Q_s V_s}$$

ここで、 $F_s=2$ ,  $R_k=0.63/\sqrt{2}$ ,  $Q_s$ の項は無視、 $N=25$ を使用

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{r_{ij}} e^{i\omega\{\xi_{ij}/V_r + \epsilon_{ij} + r_{ij}/V_s\}} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e^{i\omega\{\xi_{ij}/V_r + \epsilon_{ij}\}} \frac{e^{i\omega r_{ij}/V_s}}{r_{ij}} \rightarrow F_{RT} \text{にdirectivity効果が加わる}$$

# 大地震の震源スペクトルの落ち込みの振幅補正による改善法と強震動の計算



## まとめ: 統計的グリーン関数法による大地震の震源スペクトルの振幅落ち込みに関する4つの要因と改善法

- F関数による中間周波数帯での振幅の落ち込み  
 → 指数関数型F関数 (Dan他 1989) 等により大きく改善
- 低周波数(コヒーレント性)と高周波数(ランダム性)で異なる位相スペクトルを用いた波形を重ねることによる接続周波数帯での振幅の落ち込み(ハイブリッド手法を用いた場合)  
 → 震源スペクトルの振幅補正により補正可能 (Hisada 2008)
- 相似比Nの増大により大地震の震源スペクトルが $\omega^{-2}$ から $\omega^{-3}$ モデルに漸近することによる中間周波数帯での振幅の落ち込み  
 → 相似比Nが小さくても落ち込みが生じる → (d)で対応
- 大地震の断層面上の要素地震を重ね合わせる際, 低周波数でのコヒーレントな重ね合わせのNの2乗倍から, 高周波数でのランダムな重ね合わせのN倍の振幅に移行する遷移周波数帯での落ち込み  
 → 破壊伝播時間関数により小さなNから落ち込む  
 $\omega^{-2}$ モデルによる大地震の強震動を過小評価する可能性あり  
 → 震源スペクトルの振幅補正が有効(さらなる検討が必要)